# MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS DE DUTOS DE AÇO REFORÇADOS POR COMPÓSITO DE MATRIZ POLIMÉRICA

Carlos Eduardo Malta Nascimento

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS.

Aprovada por:

Prof. Fernando Luiz Bastian, Ph.D.

Prof. Ilson Paranhos Pasqualino, D. Sc.

Prof. José da Rocha Miranda Pontes, D. Sc.

Prof. Luiz Claudio de Marco Meniconi, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ, - BRASIL ABRIL DE 2008

### NASCIMENTO, CARLOS EDUARDO MALTA

Modelagem em Elementos Finitos de Dutos de Aço Reforçados por Compósito de Matriz Polimérica [Rio de Janeiro] 2008

XIX, 136 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2008)

Dissertação – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Reforço de Dutos

2. Materiais Compósitos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

À minha esposa Letícia, aos meus pais Marcos e Elizabete e a minha irmã Mariana pela carinho e atenção.

#### AGRADECIMENTOS

À minha esposa que me acompanhou por toda esta caminhada. Bem verdade que nem sempre como esposa. Pois, quando comecei esta jornada era minha namorada. Durante o caminho tornou-se minha noiva e então minha querida esposa. Indiferente à figura civil, namorada, noiva ou esposa esteve sempre ao meu lado me apoiando em cada passo que dei ao longo deste trabalho. Abdicou de horas de minha companhia, de alguns programas de final de semana. Além, das muitas vezes que se pos ao meu lado simplesmente para escutar a leitura de meus rascunhos ou meus resmungos de resultados insatisfatórios.

À minha irmã Mariana que acompanhou os meus primeiros passos nesta caminhada, dividindo não só o pequeno apartamento em que moramos, mas os momentos de entusiasmo e esforço dos primeiros passos.

Aos meus pais, pelo apoio incondicional, pela crença em minha capacidade, mesmo que as vezes não entendessem uma vírgula do que dizia. No entanto, entendiam que eu era capaz de seguir adiante e me incentivaram, me apoiaram, me inflaram de confiança para que eu pudesse seguir minha jornada. Ambos, porém cada um a seu estilo, se mantiveram próximos, curiosos e orgulhosos com os resultados, não deixando em nenhum momento que eu tivesse dúvida de que deveria seguir adiante.

Ao meu orientador Fernando Luiz Bastian, pela orientação, pela paciência e pela confiança.

Ao meu orientador Ilson Pasqualino por dividir seus conhecimentos.

À Renata Albuquerque que cedeu gentilmente as informações de seu trabalho para que eu pudesse desenvolver minha dissertação.

Aos meus amigos, em especial ao amigo Rafael que se dispôs a ajudar quando encarei certos desafios.

Aos professores do IPRJ/UERJ e aos professores da Metalurgia da COPPE/UFRJ, que me mostraram o maravilhoso caminho do conhecimento, que tornaram o cálculo, a física, mecânica dos fluidos, a metalurgia dentre tantos outros assuntos, disciplinas tão prazerosas que não teria nada a fazer se não aprendê-las. Peço licença, mas citarei o nome de alguns destes grandes mestres: Marco Hombeack, Norberto Cella, Fernando Reisel, Ivan Napoleão, Hermes, João Marcos, José Pontes, Luiz Marcelo, Fernando Bastian.

Aos colegas Meniconi e Valber por disponibilizarem apoio incondicional.

Ao meu coordenador Carlos Alves e meu gerente Fabiano que me apoiaram nesta reta final quando precisei me ausentar do trabalho para dedicar-me à esta dissertação.

Ao CNPQ pela bolsa de estudos e apoio financeiro ao projeto.

Enfim, a todos que contribuíram de alguma forma no decorrer desta caminhada.

A todos, MUITO OBRIGADO!

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

# MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS DE DUTOS DE AÇO REFORÇADOS POR COMPÓSITO DE MATRIZ POLIMÉRICA

Carlos Eduardo Malta Nascimento

#### Abril/2008

#### Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Ilson Paranhos Pasqualino

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

As especificações de tubos para gasodutos e oleodutos têm se tornado cada vez mais exigentes. A tendência mundial aponta para a utilização de tubos com maiores níveis de resistência. No entanto, as alternativas metalúrgicas, para aumento da resistência mecânica dos aços empregados na fabricação dos dutos, podem acarretar problemas de fabricação, como defeitos de soldagem, fragilização por hidrogênio dentre outros, resultando destes fatores um maior risco de ruptura dos dutos. A aplicação de materiais compósitos para fins de aumento da resistência do duto tem se mostrado uma alternativa mecanicamente viável. A proposta desta dissertação é dispor do método de elementos finitos para modelagem matemática do comportamento mecânico do duto reforçado com compósito. Foram desenvolvidos 3 modelos: 1º Ensaio de tração, teve por finalidade modelar o comportamento do material quando solicitado mecanicamente em diversas direções. 2º Ensaio Hidrostático, teve por objetivo verificar a aplicação do material compósito como reforço de dutos de aço. 3º Dutos com Defeito de Corrosão, teve por finalidade avaliar um caso prático do reforço em compósito quando aplicado a dutos de aço com perda de espessura por corrosão não homogênea. O material compósito modelado foi um laminado composto de fibra de vidro do tipo E, e matriz polimérica a base de resina vinil éster. É possível encontrar na literatura resultados experimentais que caracterizam o comportamento mecânico deste material, cujos valores serviram de base para elaboração e validação dos modelos desenvolvidos. Métodos, como a regra das misturas, foram utilizados para determinação de propriedades do material essenciais ao desenvolvimento dos modelos, porém não disponíveis na literatura. Os resultados obtidos a partir da análise dos modelos numéricos desenvolvidos mostraram-se bastante aderentes aos resultados experimentais. Pôde-se concluir, a partir das análises numéricas, que a aplicação do material compósito estudado para reforço de dutos de aco, sujeitos é pressão interna, é viável na medida que o revestimento possibilita um aumento significativo de resistência do duto. No entanto, deve-se ressaltar que os resultados encontrados se aplicam ao material isento de contato com ambiente úmido.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

# FINITE ELEMENT MODELING FOR STEEL PIPELINE REINFORCED WITH POLIMERIC MATRIX COMPOSITE

Carlos Eduardo Malta Nascimento

### April/2008

Advisors: Fernando Luiz Bastian

Ilson Paranhos Pasqualino

Department: Metallurgical and Materials Engineering

Materials specifications for pipelines are becoming increasingly demanding. A world tendency point to the use of high strength materials. Many metallurgical alternatives have been applied in the development of high performance steels for pipeline application, but those techniques imply in manufacturing defects as, welding defects, risk of hydrogen embrittelment, beside others. The presence of defects in the metallurgical structure increases the failure risk of the pipelines. The use of composite materials for pipeline reinforcement has been shown as a viable alternative to obtain high mechanical strength pipes. The purpose of this dissertation is to develop a finite element model to describe the mechanical behavior of a steel pipeline reinforced by composites. To achieve this objective 3 models were developed: 1° Tensile Test, this model was used to obtain composite properties when pulled at different directions. 2° Hydrostatic Test, the objective was to verify the application of the composite material as steel pipeline reinforcement. 3° Defect corrosion in pipelines, the aim was to model a real application of composite reinforcement for pipelines with non homogenous loss of thicknes by corrosion. The laminated composite studied consists of a glass continuous unidirectional fiber (type E) embedded in a polymeric matrix of vinyl ester resin. This material is widely studied in the literature, its properties were used in the development and validation of the numerical models. Methods, as the rule of mixture, were used to determine those essential composite properties not available in the literature. Numerical models analyses showed excellent accuracy. The numerical results revealed that the composite studied is a good mechanical alternative to supply an efficient reinforcement to the steel pipeline. It must be observed that the results obtained in this dissertation are only applicable for materials not subjected to hygrothermal effects.

# ÍNDICE

ÍNDICE		VIII
GLOSSÁRIO	)	XI
LISTA DE S	ÍMBOLOS	XII
LISTADES		
LISTA DE F	IGURAS	XIV
LISTA DE T	ABELAS	XVII
LISTA DE G	RÁFICOS	XIX
1 INTRO	DUCÃO	
2 REVIS	AO BIBLIOGRAFICA	4
2.1 D	UTOS RÍGIDOS [11]	4
2.1.1	Aplicação	4
2.1.2	Métodos de Instalação	5
2.1.2	1 Método S-lay	5
2.1.2	2 Método J-Lay	6
2.1.2	3 Método Reel Lay	7
2.1.2	4 Método de Arraste	
2.1.3	Acessórios	9
2.2 D	UTOS FLEXÍVEIS	
2.2.1	Aplicação	
2.2.2	Construção	
2.2.2	.1 Camada Carcaça Intena (CCI) ou Carcaça Intertravada	
2.2.2	2 Camada de Barreira de Pressão (CBP)	
2.2.2	3 Camada de Armadura de Pressão (CAP)	
2.2.2	4 Camada Anti-Desgaste	
2.2.2	5 Camada de Armadura de Tração (CAT)	
2.2.2	6 Camada Externa (CE)	
2.2.3	Acessórios	14
2.2.4	Análise de Tensões e Dimensionamento de Dutos Flexíveis	
2.2.4	1 Análise Global (AG)	
2.2.4	2 Análise Local (AL)	15
2.3 M	IATERIAIS COMPÓSITOS	
2.3.1	Micromecânica	
2.3.1	1 Regra das Misturas	
2.3.1	2 Regra da Mistura Modificada	
2.3.2	Macromecânica	
2.3.2	1 Deslocamentos, deformações e tensões	
2.3.2	2 Compósitos Laminados	

	2.3.3	Modos de Falha	47
	2.3.3	.1 Dano intra-lâminas	
	2.3.3	.2 Dano Entre-lâminas – Delaminação	
	2.3.4	Critérios de Falha	
	2.3.4	.1 Critério de Tensão Máxima	
	2.3.4	.2 Critério de Deformação Máxima	
	2.3.4	.3 Critério Quadrático	
	2.3.4	.4 Critério de Falha para Compósito reforçado com fibra unidirecional	
	2.4 N	IETODO DE ELEMENTOS FINITOS	55
	2.4.1	Discretização do domínio	58
	2.4.2	Escolha das funções de interpolação	58
	2.4.3	Construção de matrizes elementares.	
	2.4.4	Montagem das matrizes elementares para obtenção de matrizes globais	59
	2.4.5	Imposição dos carregamentos externos e das condições de contorno	59
	2.4.6	Resolução do sistema de equações	60
	2.4.7	Realização de cálculos complementares	60
3	BASE	EXPERIMENTAL	61
•	21202		
	3.1 P	ROPRIEDADES DOS MATERIAIS - AÇO 1020	61
	3.2 P	ROPRIEDADE DOS MATERIAIS - COMPÓSITO	62
	3.2.1	Matriz Polimérica	66
	3.2.2	Fibra	67
	3.3 E	NSAIO HIDROSTÁTICO	68
4	DESEN	VOLVIMENTO DO MODELO	71
	41 R	NTRODUÇÃO	71
	42 N	IFTODOLOGIA ASPECTOS ABRANGENTES	72
	421	Modelagem do aco AISI 1020	72
	422	Modelagem do material compósito	73
	422	1 Determinação das Constantes Elásticas	
	4.2.2	Determinação da Matriz de Rigidez	
	4.2.2	.3 Determinação dos Limites de Resistência e aplicação Critério de Falha	
	4.2.3	Contatos, Interfaces e Configuração das Camadas	
	4.2.4	Carregamentos	
	4.3 N	IODELO I – ENSAIO DE TRACÃO	
	4.3.1	Geometria	
	4.3.2	Carregamento	
	433	Número e disposição das camadas de compósito	
	434	Geração da Malha	
		IODEL O II – ENSAIO HIDROSTÁTICO	
	лл IV ЛЛІ	Geometria do Duto	
	4.4.1 1 1 2	Número e disposição das camadas de referes	0/
	4.4.2	ivumero e aisposição aas camadas de rejorço	

	4.4.3	Carregamento90
	4.4.4	Geração da Malha90
	4.5	MODELO III – TUBO COM DEFEITO DE CORROSÃO91
	4.5.1	Modelagem do duto e geometria dos defeitos92
	4.5.2	Carregamento94
	4.5.3	Número e disposição das camadas de reforço95
5	RES	ULTADOS E DISCUSSÃO96
	5.1	MODELO I – ENSAIO DE TRAÇÃO
	5.2	MODELO II – ENSAIO HIDROSTÁTICO
	5.3	MODELO III – TUBO COM DEFEITO DE CORROSÃO
6	CON	CLUSÃO
	6.1	MODELAGEM DO MATERIAL COMPÓSITO
	6.2	MODELAGEM DO DUTO DE AÇO REFORÇADO COM MATERIAL COMPÓSITO 114
	6.3	MODELAGEM DO DUTO DE AÇO COM DEFEITO DE CORROSÃO115
7	SUG	ESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS116
	7.1	CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL
	7.2	CARREGAMENTO EM DIREÇÕES NÃO PRINCIPAIS 116
	7.3	EXTRAPOLAÇÃO QUANTO AO TIPO DE CARREGAMENTO
	7.4	VIABILIDADE ECONÔMICA
8	REF	ERÊNCIA BIBLIOGRAFICA119
APÊNDICE A		
APÊNDICE B 126		
APÊNDICE C		

# GLOSSÁRIO

TDP (TouchDown Point) - Ponto de contato do duto com o solo.

Riser - trecho do duto entre o solo (TDP) e a unidade de produção, sujeito a cargas dinâmicas. Liga o poço ou o manifold à plataforma.

Flowline - trecho do duto em contato com o solo, sujeito a cargas estáticas. Interliga os poços ao manifold, e o poço ou o manifold à plataforma (trecho horizontal)

SCR (Steel Catenary Riser) - Riser de aço em catenária

Manifold - conjunto de válvulas instaladas no leito marinho, cujo objetivo é coletar a produção de mais de um poço e enviar à unidade de produção através de um único riser.

ANM (Árvore de Natal Molhada) - conjunto de válvulas instaladas na cabeça do poço, cuja aplicação está associada ao controle e contenção da produção e manutenção da integridade do poço.

Tex - medida de peso em gramas por comprimento de filamento em km

Outerwrap – Camada mais externa do duto flexível, envolve a capa externa a protegendo contra intempéries e outros agentes externos.

# LISTA DE SÍMBOLOS

# Índices

m	= Índice para matriz
f	= Índice para fibra
c	= Índice para Compósito
1	= Índice para direção Longitudinal à fibra
2	= Índice para direção Transversal à fibra
3	= Índice para direção Transversal à fibra
a	= aço
t	= tubo (aço + compósito)

## Variáveis

L	= Comprimento
ΔL	= Variação do Comprimento
F	= Força na direção principal
E	= Módulo de Young
υ	= Coeficiente de Poisson
G	= Módulo de Cisalhamento
σ	= Tensão Normal
τ	= Tensão Cisalhante
3	= Deformação normal
γ	= Deformação Cisalhante
[S]	= Matriz de Rigidez
[C]	= Matriz de Flexibilidade
[Q]	= Matriz de Rigidez para a condição de tensão plana
θ, φ	= Ângulo formado entre o direção longitudinal à fibra e o eixo "x" de

referência

- [T] = Matriz de Rotação
- D<sub>i</sub> = Determinante da matriz de flexibilidade
- R,r = Raio de curvatura

t = espessura

N = esforços como: força e momento

P = Pressão Interna

[A], [B], [D] = Submatrizes da matriz de rigidez para o modelo de placas finas de laminados

k = Número da camada

z = Espessura da camada

F<sub>C</sub> = Fator de resistência à compressão

F<sub>T</sub> = Fator de resistência à compressão

 $F_{f}^{t}$  = Fator de Hashin para o modo de falha de tração da fibra

 $F_{f}^{c}$  = Fator de Hashin para o modo de falha de compressão da fibra

 $F_m^t$  = Fator de Hashin para o modo de falha de tração da matriz

 $F_m^c$  = Fator de Hashin para o modo de falha de compressão da matriz

 $X^{T}$  = resistência a tensões trativas longitudinais,

X<sup>C</sup> = resistência a tensões compressivas longitudinais,

 $Y^{T}$  = resistência a tensões trativas transversais,

Y<sup>C</sup> = resistência a tensões compressivas transversais,

S<sup>L</sup> = resistência a tensões de cisalhamento longitudinais,

 $\sigma_{LE}$  = Limite de Escoamento

 $\sigma_R$  = Limite de Resistência

 $\sigma_{max}$  = Limite de Resistência

e = Deformação

PEEQ = Deformação plástica equivalente

Pmax = primeira carga de falha do processo de falha progressiva do revestimento compósito

Pc = carga na qual ocorre o vazamento e definitiva queda da pressão interna

 $\delta$  = Deslocamento

De, D = Diâmetro externo

Rsm = Raio avaliado na superfície média da parede do duto

d/t = Profundidade do defeito de corrosão

L/D = Comprimento longitudinal do defeito de corrosão

C/D = Comprimento circuferencial do defeito de corrosão

 $\sigma_{vm}$  = Tensão de Von Mises

xiii

# **LISTA DE FIGURAS**

Figura 2. 1 – À esquerda configuração de duto rígido tipo sanduíche, à direita duto
rígido tipo <i>pipe-in-pipe</i> 5
Figura 2. 2 – Lançamento de duto rígido, método s-lay6
Figura 2. 3 – Da esquerda para a direita, plataforma de lançamento de duto, detalhe da
coluna de sustentação do duto e esquema de lançamento através do
método J-Lay7
Figura 2. 4 - Embarcação utilizada para lançamento de dutos através do método reel
lay
Figura 2. 5 – Esquema de lançamento de duto – método de arraste9
Figura 2. 6 – a) Juntas Flexíveis; b) receptáculos; c) retentor de colapso; d) retentor
que evita a propagação do colapso ao longo do duto9
Figura 2. 7 – À esquerda, linha flexível do tipo <i>unbonded</i> ; À direita, linha flexível do
tipo <i>bonded pipe</i> 11
Figura 2. 8 – Dano na <i>flowline</i> por abrasão com o leito marinho12
Figura 2. 9 – Diversas camadas que constituem um Duto Flexível12
Figura 2. 10 - a) Restritores de Curvatura (Vértebra); b) montagem do conector; c)
enrijecedor para monobóia; d) flutuador14
Figura 2. 11 – a) Ensaio mecânico de linhas flexíveis; b) Representação dos esforços
mecânicos atuantes em um modelo de linha flexível16
Figura 2. 12 – (a) Elemento 1 sujeito a uma força de tração na direção da fibra, (b)
Elemento 2 sujeito a uma força transversal à direção das fibras. [5]18
Figura 2. 13 – (a) Elemento 2 sujeito a uma força de cisalhamento, (b) deformação da
superfície superior (ijkl)20
Figura 2. 14 – Tensões no elemento cúbico $\Delta x \Delta y \Delta z$
Figura 2. 15 – (a) Sistema de coordenadas global com ângulo das fibras " $\theta$ " (b) eixo
de coordenadas local orientado na direção da fibra de uma das camadas
do laminado. [5]
Figura 2. 16 – Força de membrana em uma casca fina41
Figura 2. 17 – Distribuição de tensão ao longo da espessura. Material isotrópico
(esquerda), laminado compósito (direita)43
Figura 2. 18 – Distâncias do plano de referência. [5]44

Figura 2. 19 – Descolamento fibra-matriz, arrancamento da fibra e fratura da fibra.	48
Figura 2. 20 – Parâmetros de resistências do material compósito unidirecional	50
Figura 3. 1 – Dimensões do corpo de prova para ensaio de tração do aço. [1]	62
Figura 3. 2 – Propriedades Mecânicas do aço 1020. [1]	62
Figura 3. 3 – Valores de densidade do compósito e da fibra de vidro tipo E. Fração	
volumétrica utilizada nos corpos de prova fabricado por	
ALBUQUERQUE [1]	63
Figura 3. 4 – Laminado unidirecional resultante do processo de laminação manual	
realizado por ALBUQUERQUE [1]	64
Figura 3. 5 – Geometria e dimensões do corpo de prova de ensaio de tração do	
material compósito estudado por ALBUQUERQUE [1]	65
Figura 3. 6 – Curva de Tensão Deformação do laminado compósito ensaiado a traçã	0
nas direções longitudinal e transversal à orientação da fibra [1]	65
Figura 3. 7 – Tabela de propriedades obtidas a partir do ensaio de tração do laminad	0
compósito, nas direções longitudinal e transversal à orientação da fibra	
[1]	66
Figura 3. 8 – Tabela de propriedades da resina Epóxi Vinil Éster. [1]	67
Figura 3. 9 – Tabela de propriedades mecânicas da resina utilizada [1]	67
Figura 3. 10 – Propriedades do <i>roving</i> de fibra de vidro [1]	68
Figura 3. 11 – Medida do diâmetro médio do tubo e espessura de reforço em	
compósito [1]	68
Figura 3. 12 – Pressões de colapso para as diferentes configurações de reforço	
ensaiadas por ALBUQUERQUE [1].	69
Figura 3. 13 – Curva de Pressão versus Tempo medida durante o ensaio hidrostático	
do tubo uma camada de reforço [1]	70
Figura 4. 1 – Modelo de ensaio de tração - geometria do CP	82
Figura 4. 2 – Seções representativas do CP real.	84
Figura 4. 3 – Modelo numérico, simulação do carregamento aplicado	85
Figura 4. 4 – Corpo de prova do ensaio de tração longitudinal à fibra	86
Figura 4. 5 – Corpo de prova do ensaio de tração transversal à fibra	86
Figura 4. 6 – Esquema de camadas e geometria do modelo T6	89
Figura 4. 7 – Malha de elementos finitos – modelo de ensaio hidrostático	91
Figura 4. 8 – Modelo Td1, duto com defeito de corrosão	94

Figura 5. 1	- Tensão $\sigma_{11}(S11)$ e $F_m^t$ na condição de início da falha do corpo de prova
	CPI(L)
Figura 5. 2 -	Tensão $\sigma_{11}(S11)$ e $F_m^t$ na condição de início da falha do corpo de prova
	CPVIII(L)
Figura 5. 3 -	Tensão $\sigma_{11}(S11)$ e $F_m^t$ na condição de início da falha do corpo de prova
	CPIV (T)
Figura 5. 4 -	Tensão $\sigma_{11}(S11)$ e $F_m^t$ na condição de início da falha do corpo de prova
	CPV (T)
Figura 5. 5 -	- Modelo T2 (Pressão 53,5 N/mm2): a) tensão $\sigma_{11}$ (tensão
	circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento
	compósito (ply-2, TOP), b) $F_m^t$ na condição de início da falha do duto
	avaliado na camada mais externa do revestimento compósito, c) tensão
	de Von Mises $\sigma_{\text{VM}}$ na superfície do duto de aço (ply-1, TOP)104
Figura 5. 6 -	- Modelo T4 (Pressão 65,6 N/mm2): a) tensão $\sigma_{11}$ (tensão
	circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento
	compósito (ply-3, TOP), b) $F_m^t$ na condição de início da falha do duto
	avaliado na camada mais externa do revestimento compósito, c) tensão
	de Von Mises $\sigma_{VM}$ na superfície do duto de aço (ply-1, TOP)105
Figura 5. 7 -	- Modelo T6 (Pressão 83,9 N/mm2): a) tensão $\sigma_{11}$ (tensão
	circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento
	compósito (ply-4, TOP), b) $F_m^t$ na condição de início da falha do duto
	avaliado na camada mais externa do revestimento compósito, c) tensão
	de Von Mises $\sigma_{VM}$ na superfície do duto de aço (ply-1, TOP)106

# LISTA DE TABELAS

Tabela 2. 1 – Constantes de engenharia. [5]	29
Tabela 2. 2 – As constantes de engenharia não nulas para os materiais monoclínic	os,
ortotrópicos, transversalmente isotrópicos e isotrópicos. [5]	30
Tabela 2. 3 – Elementos da matriz de flexibilidade em termos das constantes de	
engenharia para materiais monoclínicos, ortotrópicos, transversalmente	
isotrópicos e isotrópicos [5]	31
Tabela 2. 4 – Matrizes de rotação do sistema de coordenadas [5]	35
Tabela 2. 5 – Limites físicos das constantes de engenharia. [5]	38
Tabela 2. 6 – Matrizes de Rigidez simplificadas [5]	46
Tabela 4. 1– Propriedades mecânicas obtidas a partir do ensaio de tração do aço	
AISI 1020. [1]	73
Tabela 4. 2 – Valores de tensão x deformação no regime plástico obtidos a partir o	do
ensaio de tração do aço AISI 1020. [1]	73
Tabela 4. 3– Módulos Elásticos do laminado compósito produzido por	
ALBUQUERQUE [1]	74
Tabela 4. 4 – Fração volumétrica de fibra e módulos de cisalhamento	75
Tabela 4. 5 – Fração volumétrica de fibra e coeficientes de Poisson	75
Tabela 4. 6 – Fração volumétrica de fibra e coeficientes de Poisson	76
Tabela 4. 7 – Parâmetros de Resistência do material compósito	80
Tabela 4. 8 – Dimensões do CP conforme ASTM D3039	82
Tabela 4. 9 – Valores de espessuras e larguras utilizados nos modelos numéricos s	são
representadas nove seções de cada CP	84
Tabela 4. 10 - Carregamento para Ensaio de Tração	85
Tabela 4. 11 – Dimensões dos tubos utilizadas nos modelos de ensaio hidrostático	) 88
Tabela 4. 12 – Configuração das Camadas do modelo hidrostático	89
Tabela 4. 13 – Parâmetros geométricos e materiais analisados por LOUREIRO [1	7]92
Tabela 4. 14 – Parâmetros e níveis considerados para o desenvolvimento do mode	elo93
Tabela 4. 15 – Planejamento Fatorial, cruzamento dos níveis	93
Tabela 4. 16 – Valores de pressão interna aplicada aos dutos com defeito de corro	são
para os modelos de ensaio hidrostático desenvolvidos	95

# LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 4. 1 – Ftm x Parâmetro de resistência S <sup>L</sup>	78
Gráfico 4. 2 – Ftm x Parâmetro de resistência S <sup>L</sup>	79
Gráfico 5.1 – Comparação do modelo numérico com os resultados experimentais	
de ensaio de tração longitudinal	99
Gráfico 5. 2 – Comparação do modelo numérico com os resultados experimentais de	e
ensaio de tração transversal1	00
Gráfico 5. 3 – Deformação [%] na qual o critério de falha é atingido para diferentes	
valores de ø1	01
Gráfico 5. 4 – Comparação do modelo numérico com os resultados experimentais de	e
ensaio hidrostático1	07
Gráfico 5. 5 – Tensão $\sigma_{11}$ avaliada na região com defeito modelo Td1 1	09
Gráfico 5. 6 – Tensão $\sigma_{11}$ avaliada na região próxima ao defeito modelo Td11	10
Gráfico 5. 7 – Tensão $\sigma_{11}$ avaliada na região distante do defeito modelo Td11	10

# 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento contínuo de graus mais elevados de aços microligados classe API (*American Petroleum Institute*), com características de soldabilidade, resistência mecânica e tenacidade à fratura cada vez melhores é função do crescente aumento do transporte de petróleo e gás sob condições severas de trabalho.

As especificações de tubos para gasodutos e oleodutos têm se tornado cada vez mais exigentes. A tendência mundial aponta para a utilização de tubos com as seguintes características: grandes diâmetros com espessuras de parede menores e maiores níveis de resistência, com carbono equivalente mais baixo, visando melhor soldabilidade. [1]

Esse aumento na resistência mecânica de dutos de aços para o transporte de petróleo e gás traz algumas vantagens consideráveis como uma maior economia de material devido à redução na espessura de parede dos dutos, além de permitir um aumento das pressões de bombeamento dos fluidos transportados, com os resultantes ganhos de eficiência no bombeamento, economia de energia e otimização desses sistemas de transporte. [1]

No entanto, as alternativas metalúrgicas para aumento da resistência mecânica dos aços empregados na fabricação dos dutos podem acarretar problemas de fabricação, como defeitos de soldagem, menor tenacidade à fratura da ZTA, perda de resistência à corrosão sob tensão, perda de resistência à fragilização por hidrogênio, maior sensibilidade à presença de defeitos de fabricação e de defeitos introduzidos nos dutos durante a sua operação, resultando de todos esses fatores um maior risco de ruptura dos dutos. [11]

Dessa forma, o aumento de resistência mecânica dos aços dos dutos a valores acima dos obtidos para dutos de grau API X70, tendem a afetar a integridade desses a partir de sua utilização continuada e leva a conseqüentes perdas de confiabilidade.

Materiais Compósitos de matriz polimérica com reforço de fibras já vêm sendo bastante utilizados como forma alternativa de reparo em dutos danificados, principalmente por corrosão, visando prolongar a vida útil de dutos estruturais. No entanto, a utilização de materiais compósitos para aplicação como reforço de dutos de aço é bastante nova e surge como uma alternativa para a obtenção de dutos de resistências elevadas, de forma que problemas inerentes ao processo de soldagem, fragilização por hidrogênio e corrosão sob tensão sejam minimizados. [1]

A idéia consiste na utilização de aços de graus API inferiores ao API X70, reforçados com material compósito, em detrimento da utilização de aços API de mais alto grau, adotando-se a técnica de enrolamento filamentar para aplicação do reforço. Com isso, torna-se necessário um estudo detalhado visando à obtenção de um material compósito que atenda as características desejadas, bem como a avaliação de seu comportamento mecânico quando submetido aos esforços atuantes.

Este trabalho tem como objetivo analisar numericamente o comportamento de duto de aço reforçado com material compósito de fibra de vidro com matriz polimérica, como alternativa para redução do peso dos dutos e aumento da resistência à tração.

O principal objetivo desse estudo é examinar o desempenho estrutural de dutos de aço reforçados com compósitos de matriz polimérica e fibra de vidro sob carregamento de pressão interna, com possíveis aplicações para tubulações em águas profundas e ultra-profundas.

Esses materiais compósitos a serem estudados apresentam boas propriedades específicas, e dependendo das configurações e arranjos das fibras utilizadas como reforço das matrizes poliméricas, atingem alto grau de resistência mecânica.

Para entender melhor a aplicação do material estudado, no item 2.1 será apresentada uma breve revisão sobre dutos rígidos e no item 2.2, sobre dutos flexíveis, tratando de suas aplicações, classificações, instalação e uma visão quanto a novas concepções em desenvolvimento.

Nos itens subseqüentes será apresentada uma revisão sobre materiais compósitos, onde serão tratados os métodos matemáticos para modelagem do comportamento mecânico destes materiais. As técnicas de modelagem matemática serão utilizadas neste trabalho com intuito de verificar os resultados obtidos através de modelos numéricos simplificados. A verificação citada servirá para validação de algumas etapas do modelo, como a configuração das matrizes de rigidez dos materiais utilizados.

No item 2.4 é feita uma breve explanação sobre o método de elementos finitos. São descritas neste item as etapas de implementação do método de elementos finitos (MEF). No entanto, não será discutida neste trabalho a formulação matemática do MEF. O software de elementos finitos ABAQUS será utilizado para elaboração do modelo, segundo as etapas descritas no item 2.4.

Como base deste trabalho teórico serão utilizados os resultados experimentais obtidos por ALBUQUERQUE [1] para validar o modelo em elementos finitos desenvolvido. As informações relevantes ao desenvolvimento do modelo numérico serão apresentadas no Capítulo 3 deste documento.

No Capítulo 4 serão apresentadas as metodologias aplicadas para o desenvolvimento desta dissertação, bem como as hipóteses simplificadoras aplicadas aos modelos matemáticas.

Por fim, nos Capítulos 5, 6 e 7 são apresentados e discutidos respectivamente, os resultados encontrados a partir das análises dos modelos desenvolvidos, as conclusões e as proposições para trabalhos futuros.

# 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Antes de tratar dos modelos numéricos, análises de tensões e aplicações dos critérios de falha, será feito neste capítulo, uma revisão bibliográfica. Serão observados conceitos, classificações e aplicações dos materiais e equipamentos envolvidos na atividade de escoamento submarino de óleo e gás.

Serão abordadas também teorias aplicadas à modelagem de materiais compósitos, baseadas na micromecânica (regra da mistura, modos de falha) e na macromecânica (equações constitutivas, comportamento mecânico de laminados, empilhamento de laminados, teorias de casca fina) dentre outros assuntos relevantes ao desenvolvimento deste trabalho.

# 2.1 DUTOS RÍGIDOS [11]

### 2.1.1 Aplicação

Dutos rígidos (fabricados em aço) e flexíveis têm sido bastante utilizados para aplicações em campos de exploração de petróleo e gás em grandes profundidades. Recentemente, novas tecnologias e concepções alternativas de materiais vêm surgindo, buscando atender exigências de projeto tais como resistividade térmica, resistência estrutural e fatores econômicos.

Configurações inovadoras empregando diferentes tipos de materiais têm sido propostas como, por exemplo, o duto sanduíche, *pipe-in-pipe*. Sistemas híbridos com variações de configurações de linhas também têm sido usados como alternativas possíveis para *flowlines* e *risers*.

A Figura 2.1 apresenta dois tipos de configuração de dutos rígidos de produção. O duto da esquerda possui uma configuração conhecida como duto sanduíche. Ele apresenta, no interior da carcaça de aço, linhas paralelas de produção fabricadas em polímero neoprene, bem como linhas de aquecimento, que são visualizadas no

esquema. O segundo, à direita, possui uma configuração mais recente, conhecido como *pipe-in-pipe* constituída de linhas de aquecimento, camadas de isolamento térmico, cabos de fibra ótica, todos dispostos no interior da carcaça externa de aço.



Figura 2. 1 – À esquerda configuração de duto rígido tipo sanduíche, à direita duto rígido tipo *pipe-in-pipe*.

Os dutos rígidos podem ser nomeados de acordo com o produto transportado. São chamados de oleoduto aqueles utilizados para transporte de óleo cru, ou para exportação de óleo tratado; gasodutos são usados para injeção, *gas-lif*, ou mesmo para exportação de gás; aqueduto para transporte de água tratada para injeção; além dos dutos utilizados para transporte de produtos químicos como inibidores de compostos parafínicos e hidratos.

### 2.1.2 Métodos de Instalação

Os métodos de instalação de dutos rígidos são: método S-lay, J-lay, Reel e o método de Arraste. A seguir serão apresentadas algumas características de cada método.

### 2.1.2.1 Método S-lay.

A embarcação de lançamento do duto possui em seu convés uma linha de soldagem para montagem dos trechos de tubos. O lançamento é realizado pela popa enquanto o navio se desloca lentamente. A montagem do duto é realizada na posição horizontal, através de várias estações de trabalho instaladas na embarcação, nas quais são executadas desde o alinhamento do passe de raiz a ensaios radiográficos e reparos de solda.

O método s-lay permite o lançamento contínuo (dependendo da linha de montagem), porém limitações quanto à deformação do duto e peso da estrutura suspensa fazem com que este método seja mais indicado para aplicação em águas rasas até 100 metros de profundidade.



Figura 2. 2 – Lançamento de duto rígido, método s-lay.

## 2.1.2.2 Método J-Lay.

O método J-lay permite lançamentos de dutos em águas profundas. A montagem dos tramos de tubos é feita na vertical utilizando colunas semelhantes a colunas de perfuração, as quais sustentam o duto na posição vertical.

O lançamento do duto não é contínuo devido às condições de montagem. Este método utiliza apenas uma estação de trabalho, na qual os tramos de 2 ou 3 tubos são montados.



Figura 2. 3 – Da esquerda para a direita, plataforma de lançamento de duto, detalhe da coluna de sustentação do duto e esquema de lançamento através do método J-Lay.

O duto é sujeito a esforços de tração devido ao peso próprio e ao deslocamento da plataforma de lançamento. A figura 2.3, que ilustra o método de lançamento J-lay, apresenta uma embarcação utilizada para lançamento do duto e, em detalhe, a coluna utilizada para sustentação do mesmo.

### 2.1.2.3 Método Reel Lay.

O método Reel Lay consiste no transporte do duto montado enrolado em grandes carretéis e o lançamento no mar é feito à medida que se executa o desenrolamento do carretel. O lançamento contínuo permite altas velocidades de lançamento mesmo em águas profundas.

Este método é muito utilizado para lançamento de dutos flexíveis. Quando aplicado a dutos rígidos, a deformação plástica imposta ao duto durante o enrolamento e desenrolamento (retificador) pode provocar danos que venham a afetar a vida dos

dutos em operação, Assim, estudos vêm sendo realizados com intuito de avaliar a vida a fadiga do duto após as deformações impostas durante o lançamento.

A Figura 2.4 ilustra uma embarcação utilizada para lançamento de dutos através do método reel lay, onde podem ser vistas estruturas como retificador, rampa de lançamento, tambor de armazenamento (carretel).



Figura 2. 4 - Embarcação utilizada para lançamento de dutos através do método reel lay.

## 2.1.2.4 Método de Arraste.

O método de arraste consiste em transportar o duto montado em um tramo único, utilizando rebocadores e flutuadores, até o local de lançamento. O método independe da lâmina d'água.

Uma grande limitação quanto ao uso deste método está associada ao transporte, pois há uma grande dificuldade em se transportar o duto montado impondo, então, um limite máximo de comprimento bastante reduzido.

A Figura 2.5 Apresenta um esquema de lançamento de duto do tipo arraste.



Figura 2. 5 – Esquema de lançamento de duto – método de arraste

# 2.1.3 Acessórios

Juntas flexíveis, receptáculos, retentores de colapso são acessórios comumente utilizados em sistemas de linha rígida.



Figura 2. 6 – a) Juntas Flexíveis; b) receptáculos; c) retentor de colapso; d) retentor que evita a propagação do colapso ao longo do duto.

Freqüentemente os dutos rígidos são dotados de sistemas de aquecimento que tem como objetivo [11]:

 (i) Reduzir o risco de formação de cera e/ou hidrato durante fechamento do poço, recomeço da produção ou condição de baixo escoamento;

(ii) Reduzir a necessidade de injeção de produtos químicos ( inibidor de cera e de hidrato );

(iii) Manter a temperatura do óleo durante as paradas emergenciais (Cool down);

(iv) Aumentar a taxa de produção do poço diminuindo a viscosidade do óleo produzido;

(v) Minimizar o efeito Joule-Thomson.

Um efeito relevante da elevação do óleo através de risers é conhecido como efeito de Joule-Thomson. Este fenômeno pode ser explicado, de maneira simplificada, como a queda da temperatura devido à redução da pressão a entalpia constante, durante a elevação do produto.

Portanto, tendo em vista minimizar o efeito Joule-Thomson é freqüente a aplicação de sistemas de aquecimento aos risers.

## 2.2 DUTOS FLEXÍVEIS

## 2.2.1 Aplicação

O dutos flexíveis podem ser classificados quanto à sua construção. A identificação quanto ao tipo de construção é de extrema relevância para este estudo, ao passo que as características construtivas definem parâmetros importantes do modelo que será desenvolvido [11]. Dutos do tipo *unbonded pipe* devem ter a interface metal/compósito modelada como "sem adesão" ou como "interface com atrito". Já outras configurações implicarão em outras características geométricas, condições de contorno, etc.

a) *Unbonded Pipe* ( "Linha Não-Colada" ) - A construção tubular consiste de camadas poliméricas e metálicas separadas entre si, permitindo movimentos relativos entre as camadas.

b) *Bonded Pipe* ("Linha Colada") – É a construção tubular na qual o reforço metálico é integrado e colado em um processo de vulcanização com materiais elastoméricos. Material compósito feito com fibras têxteis é utilizado na estrutura para obter reforço estrutural adicional ou separar as camadas elastoméricas.



Figura 2. 7 – À esquerda, linha flexível do tipo *unbonded*; À direita, linha flexível do tipo *bonded pipe*.

O dutos flexíveis podem também ser classificados quanto à sua aplicação.

a) Aplicação Dinâmica (Riser) - São as linhas que se estendem desde o

leito marinho até o sistema de produção. A Linha Flexível (LF) é exposta a cargas e deflexões cíclicas significativas durante a operação normal. A LF deve ser dimensionada especialmente para resistir a um grande número de ciclos de dobramento, tensões e torções.

b) Aplicação Estática (*Flowline*) - são as linhas que ficam assentadas no leito marinho por onde passam o óleo e o gás produzidos. O *flowline* não é exposto a cargas e deflexões cíclicas significativas durante a operação normal. Entretanto, esta aplicação está sujeita a ações abrasivas do leito marinho que podem produzir danos severos ao *flowline*.



Figura 2. 8 – Dano na *flowline* por abrasão com o leito marinho

# 2.2.2 Construção

Os dutos flexíveis são constituídos de várias camadas, cada uma delas com funções específicas.



Figura 2. 9 – Diversas camadas que constituem um Duto Flexível

## 2.2.2.1 Camada Carcaça Interna (CCI) ou Carcaça Intertravada

Camada estrutural geralmente de aço inox (AISI 304) intertravada mais interna da LF. Esta camada tem contato direto com o fluido interno, e é projetada para resistir ao colapso da camada de barreira de pressão devido à descompressão, pressão externa, pressão da armadura de pressão e cargas mecânicas de esmagamento (*crushing*).

#### 2.2.2.2 Camada de Barreira de Pressão (CBP)

Camada polimérica que mantém a integridade do fluído interno, evitando contaminações por produtos externos e principalmente vazamentos do produto interno. Poderá ser composta de diversas camadas. Nas aplicações na Bacia de Campos é comum a utilização de apenas uma camada CBP.

#### 2.2.2.3 Camada de Armadura de Pressão (CAP)

Camada estrutural geralmente de aço carbono inter-travada que aumenta a resistência da LF à pressão externa, interna e cargas de esmagamento (*crushing*). Pode apresentar perfil em diferentes formatos (C , Zeta, Teta).

#### 2.2.2.4 Camada Anti-Desgaste

Embora não representada na Figura 2.9, a camada anti-desgaste tem função relevante na durabilidade do duto flexível. Esta camada é feita de material polimérico e é utilizada para reduzir o atrito entre CAP e a CAT.

### 2.2.2.5 Camada de Armadura de Tração (CAT)

Camada estrutural de aço carbono utilizada para sustentar totalmente ou parcialmente as cargas de tração e pressão interna. A CAT é constituída de duas camadas enroladas em contra-hélice, feitas de arames metálicos enrolados helicoidalmente. Em geral, possuem perfil retangular e o ângulo de assentamento utilizado pode variar entre 20° a 55°.

A montagem da CAT é feita promovendo tensões elásticas residuais (a favor do desenrolamento), fato que melhora consideravelmente o comportamento desta camada aos esforços de tração.

### 2.2.2.6 Camada Externa (CE)

Camada polimérica utilizada para proteger a LF contra corrosão, abrasão, danos mecânicos, penetração de agentes externos, tais como; água do mar, e para manter a CAT enrolada depois de montada.

## 2.2.3 Acessórios

Conectores, enrijecedores de curvatura, bóias, flutuadores, restritores de curvatura, protetores contra abrasão, são acessório comumente utilizados em sistemas de linha flexível.



Figura 2. 10 - a) Restritores de Curvatura (Vértebra); b) montagem do conector; c) enrijecedor para monobóia; d) flutuador.

As linhas flexíveis estão hoje limitadas a lâminas d'água de 1500m para *Risers* (por cargas limite de operação) e 2000m para *flowlines* (por cargas limite de lançamento). Atualmente estão sendo feitos estudos com o intuito de superar estas limitações através de uso de materiais compósitos a base de fibra de vidro ou de carbono a fim de substituir o aço utilizado na armadura de tração.

## 2.2.4 Análise de Tensões e Dimensionamento de Dutos Flexíveis

A análise de tensões em dutos flexíveis consiste de duas etapas:

#### 2.2.4.1 Análise Global (AG)

Análise realizada para determinação da configuração geométrica do tubo e para levantamento dos esforços e deslocamentos resultantes de carregamentos ambientais [11], dentre eles ondas e correntes marítimas, bem como a obtenção dos esforços mecânicos devido a movimentos impostos pela unidade de produção nas linhas flexíveis e umbilicais submarinos.

Os resultados da AG fornecem históricos das forças, momentos, deslocamentos, esforços de tração e compressão e raios de curvaturas que serão impostos às linhas flexíveis e que servirão de insumos para Análise Local.

Anflex, Flexan, Flexcom, Ferris, Orcaflex são alguns dos programas de simulação utilizados para execução das análises globais.

#### 2.2.4.2 Análise Local (AL)

Consiste na análise para dimensionamento dos componentes ds linhas flexíveis e umbilicais submarinos [11]. Conhecidas as solicitações avaliadas na análise global é possível realizar a AL verificando-se o comportamento mecânico das camadas que compõem as linhas flexíveis.

Para a aplicação das linhas flexíveis em campo são realizados testes laboratoriais que consistem na reprodução dos esforços de campo em estrutura reais. São avaliadas a pressão de colapso e a resistência à tração, entre outros.

Na aplicação de dutos flexíveis em águas profundas e ultra profundas é verificado que o momento de maior solicitação mecânica ocorre durante a instalação dos dutos. Assim a resistência mecânica destes componentes é um fator limitante na produção de óleo em águas ultra profundas.



Figura 2. 11 – a) Ensaio mecânico de linhas flexíveis; b) Representação dos esforços mecânicos atuantes em um modelo de linha flexível.

# 2.3 MATERIAIS COMPÓSITOS

Os materiais compósitos de matriz polimérica surgiram, na sua vertente estrutural, em meados do século XX. O desafio permanente que estes materiais colocam à imaginação, levou a esforços de P&D que se traduziram em aplicações cada vez mais exigentes. Assim, como o desempenho já foi testado e aprovado (sendo mesmo muitas vezes superior ao de estruturas metálicas convencionais), e as normas industriais relativas a estes materiais estão cada vez mais estabelecidas, aplicações usando materiais compósitos de matriz polimérica continuarão a aumentar.

Atualmente, o emprego de materiais compósitos de matriz polimérica como reforço em estruturas nas indústrias do petróleo e aeronáutica tem se tornado uma prática industrial comum. O uso destes reforços compreende desde recobrimento de superfícies com defeitos até o reforço estrutural, com o objetivo de aumentar a vida útil de equipamentos e minimizar custos de manutenção.

### 2.3.1 Micromecânica

A micromecânica é utilizada para estimar as propriedades mecânicas e higrotérmicas dos materiais compósitos a partir de valores conhecidos das propriedades das fibras e da matriz.

O comportamento mecânico de um material anisotrópico pode ser calculado a partir da determinação de 21 constantes elásticas independentes [4]. Por outro lado, um material isotrópico tem seu comportamento mecânico modelado por apenas duas constantes elásticas independentes. Quanto maior o número de constantes elásticas independentes (21 para o caso mais generalizado com nenhum elemento de simetria) mais complexo o comportamento em deformação do material. A existência de planos de simetria reduz o número de constantes elásticas independentes.

Algumas destas constantes são de fácil previsão através de modelos simplificados e utilizando métodos como Regras das Misturas Direta ou métodos empíricos como as equações de Halpin-Tsai. Contudo a determinação experimental destas propriedades pode ser bastante trabalhosa e complexa.

Propriedades térmicas como coeficientes de expansão também podem ser estimados utilizando métodos simples como a Regra de Mistura, porém tal método desconsidera a diferença no nível de restrição imposto pela presença de fibras ou partículas no reforço da matriz. Alguns modelos foram desenvolvidos para previsão de propriedades térmicas. Behrens [4] demonstrou que a condutividade térmica na direção da fibra é bem representada pela regra das misturas direta, o que não é verdade para essa propriedade na direção transversal à fibra.

Não é intenção, neste capítulo, discutir os vários modelos existentes para análise micromecânica. Ao invés disto, dar-se-á foco no mesmo a dois modelos conhecidos como regra da mistura e regra da mistura modificada. A regra da mistura é um método simples e intuitivo de aproximação das propriedades dos compósitos. No entanto, para algumas propriedades, o seu resultado não é suficientemente satisfatório.
Neste item serão apresentados os métodos de aproximação, através da regra das misturas, de propriedades mecânicas que serão de interesse para a modelagem que será adotada na dissertação.

### 2.3.1.1 Regra das Misturas

As expressões abordadas a seguir desconsideram a existência de vazios no compósito, o que consiste em uma boa aproximação quando se trata de um material fabricado em condições adequadas de pressão e temperatura de cura [5].

As propriedades do material são obtidas a partir de 2 tipos de elementos. Elemento 1 contendo uma única fibra de seção transversal circular inserida em um paralelepípedo de matriz. Elemento 2 consiste de uma camada de fibra e duas camadas de matriz dispostas na forma sanduíche. Os elementos 1 e 2 estão representados na Figura 2.12



Figura 2. 12 – (a) Elemento 1 sujeito a uma força de tração na direção da fibra, (b) Elemento 2 sujeito a uma força transversal à direção das fibras. [5]

# 2.3.1.1.1 Módulo de Young da Direção Longitudinal $(E_1)$

Considere a aplicação de uma força  $F_1$  uniformemente distribuída na superfície A (ver Figura 2.12a) do elemento 1 na direção longitudinal à fibra e as seguintes hipóteses [5]: (i) Iso-deformação na direção da aplicação da força, (ii) o efeito do coeficiente de Poisson de deformação transversal é desprezível, (iii) matriz possui propriedades isotrópicas.

O módulo de Young na direção longitudinal (E<sub>1</sub>) pode ser expresso pela Equação 2.1.

$$E_{1} = v_{f}E_{f1} + v_{m}E_{m} = v_{f}E_{f1} + (1 - v_{f})E_{m}$$
(2.1)

onde:

- $v_{f}$  fração volumétrica da fibra
- $E_{f1}$  módulo de Young da fibra na direção longitudinal
- $v_m$  fração volumétrica da matriz
- $E_m$  módulo de Young da matriz

## 2.3.1.1.2 Módulo de Young da Direção Transversal $(E_2)$

Considere a aplicação de uma força F<sub>2</sub> uniformemente distribuída na superfície A (ver Figura 2.12b) do elemento 2 na direção transversal à fibra e as seguintes hipóteses [5]: (i) Iso-tensão na direção de aplicação da força, (ii) o efeito do coeficiente de Poisson de deformação transversal é desprezível, (iii) matriz possui propriedades isotrópicas.

O módulo de Young na direção transversal (E<sub>2</sub>) pode ser expresso pela Equação 2.2:

$$E_{2} = \left(\frac{v_{f}}{E_{f2}} + \frac{v_{m}}{E_{m}}\right)^{-1} = \left(\frac{v_{f}}{E_{f2}} + \frac{1 - v_{f}}{E_{m}}\right)^{-1}$$
(2.2)

onde:

 $E_{\rm f2}$  - módulo de Young da fibra na direção transversal

# 2.3.1.1.3 Módulo de Cisalhamento longitudinal (G<sub>12</sub>)

Considere a aplicação de uma força de cisalhamento  $F_{12}$  uniformemente distribuída na superfície A conforme apresentado na Figura 2.13 do elemento 2 e as seguintes

hipóteses [5]: (i) Iso-tensão no plano 1-2 de aplicação da força  $F_{12}$ , (ii)  $\gamma_{12} \cong \tan(\gamma_{12}) = \Delta L/L$  (iii) matriz possui propriedades isotrópicas.

O módulo de cisalhamento longitudinal (G12) pode ser expresso pela Equação 2.3:

$$G_{12} = \left(\frac{v_f}{G_{f12}} + \frac{v_m}{G_m}\right)^{-1} = \left(\frac{v_f}{G_{f12}} + \frac{1 - v_f}{G_m}\right)^{-1}$$
(2.3)

onde:

 $G_{f12}$  = Módulo de Cisalhamento longitudinal da fibra

 $G_m$  = Módulo de Cisalhamento da matriz



Figura 2. 13 – (a) Elemento 2 sujeito a uma força de cisalhamento, (b) deformação da superfície superior (ijkl).

# 2.3.1.1.4 Módulo de Cisalhamento transversal (G<sub>23</sub>)

Com análise semelhante ao do módulo  $G_{12}$ , o módulo de cisalhamento transversal ( $G_{23}$ ) pode ser expresso pela Equação 2.4 [5]:

$$G_{23} = \left(\frac{v_f}{G_{f\,23}} + \frac{1 - v_f}{G_m}\right)^{-1}$$
(2.4)

onde:

 $G_{f23}$  = Módulo de Cisalhamento transversal da fibra

## 2.3.1.1.5 Poisson longitudinal ( $v_{12}$ )

Considere a aplicação de uma força  $F_1$  uniformemente distribuída na superfície A (ver Figura 2.12a) do elemento 1 na direção longitudinal à fibra, o elemento deforma transversalmente [5]. A variação da seção tranversal é controlada pela razão de Poisson  $v_{12}$ . Considere as seguintes hipóteses: (i)  $v_{12} = v_{13}$ , (ii) Iso-deformação na direção da aplicação da força.

A razão de Poisson longitudinal ( $v_{12}$ ) pode ser expressa pela Equação 2.5:

$$v_{12} = v_f v_{f12} + (1 - v_f) v_m \tag{2.5}$$

onde:

 $v_{f12}$  = Poisson longitudinal da fibra  $v_m$  = Poisson longitudinal da matriz

# 2.3.1.1.6 Coeficiente de Poisson na direção longitudinal (v<sub>23</sub>)

Para materiais transversalmente isotrópicos a seguinte relação entre propriedades pode ser verificada pela relação expressa na Equação 2.6 [5]:

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1 + \nu_{23})} \tag{2.6}$$

Reorganizando a equação, obtém-se a expressão apresentada na Equação 2.7:

$$v_{23} = \frac{E_2}{2G_{23}} - 1 \tag{2.7}$$

### 2.3.1.2 Regra da Mistura Modificada

Expressões mais precisas podem ser obtidas para as propriedades  $E_2$ ,  $G_{12}$  e  $G_{23}$  aplicando-se a regra das misturas modificada [5]. As expressões para  $E_2$ ,  $G_{12}$  e  $G_{23}$  são apresentadas respectivamente pelas Equações 2.8, 2.9, 2.10:

$$E_{2} = \left(\frac{\sqrt{v_{f}}}{E_{b2}} + \frac{1 - \sqrt{v_{f}}}{E_{m}}\right)^{-1}$$
(2.8)

$$G_{12} = \left(\frac{\sqrt{v_f}}{G_{b12}} + \frac{1 - \sqrt{v_f}}{G_m}\right)^{-1}$$
(2.9)

$$G_{23} = \left(\frac{\sqrt{v_f}}{G_{b23}} + \frac{1 - \sqrt{v_f}}{G_m}\right)^{-1}$$
(2.10)

onde:

$$E_{b2} = E_{f2} \sqrt{v_f} + E_m (1 - \sqrt{v_f}), \qquad (2.11)$$

$$G_{b12} = G_{f12} \sqrt{v_f} + G_m (1 - \sqrt{v_f})$$
(2.12)

e

$$G_{b23} = G_{f23}\sqrt{\nu_f} + G_m(1 - \sqrt{\nu_f})$$
(2.13)

# 2.3.2 Macromecânica

Depois de determinadas as características da placa de compósito (fibra + matriz), devem ser ignorados os detalhes da microestrutura e simplesmente tratar o laminado como um material homogêneo ortotrópico. Um laminado compósito é feito a partir do empilhamento de tais placas ortotrópicas em determinadas orientações, de modo a obter propriedades mecânicas específicas. Então, são utilizadas as teorias da macromecânica para analisar um laminado compósito [4].

### 2.3.2.1 Deslocamentos, deformações e tensões.

Neste item são apresentadas as equações utilizadas para o cálculo dos deslocamentos, deformações e tensões quando a estrutura está sujeita a pequenas deformações em que o material apresenta comportamento linear elástico.

# 2.3.2.1.1 Equações de Equilíbrio

As equações de equilíbrio relativas ao ponto O são obtidas considerando a aplicação de forças e momentos em um pequeno elemento cúbico  $\Delta x \Delta y \Delta z$  centrado no ponto O [5]. O elemento pode ser visto na Figura 2.14. O balanço das forças na direção x é dado pela equação (2.14).



Figura 2. 14 – Tensões no elemento cúbico  $\Delta x \Delta y \Delta z$ .

$$-\sigma_{x}\Delta z\Delta y - \tau_{zx}\Delta x\Delta y - \tau_{yx}\Delta x\Delta z + \left(\sigma_{x} + \frac{\partial\sigma_{x}}{\partial x}\Delta x\right)\Delta z\Delta y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}\Delta z\right)\Delta x\Delta y + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\Delta y\right)\Delta x\Delta z + fx\Delta x\Delta y\Delta z = 0$$
(2.14)

onde fx é a força de corpo por unidade de volume na direção x. Após simplificações tem-se que:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + fx = 0$$
(2.15)

Por argumentos similares pode-se concluir que as equações de equilíbrio para os eixos y e z são [5]:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{y}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + fy = 0$$
(2.16)

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + fz = 0$$
(2.17)

O balanço dos momentos em relação ao eixo paralelos a x passando pelo ponto O é dado pela equação (2.18),

$$\tau_{yz}\Delta x\Delta z \frac{\Delta y}{2} - \tau_{zy}\Delta x\Delta y \frac{\Delta z}{2} + \left(\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}\Delta y\right)\Delta x\Delta z \frac{\Delta y}{2} - \left(\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\Delta z\right)\Delta x\Delta y \frac{\Delta z}{2} = 0$$
(2.18)

Aplicando o limite de  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0$ , e omitindo os termos de 4<sup>a</sup> ordem conclui-se que para condição de equilíbrio, tem-se:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \tag{2.19}$$

E, por similaridade

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} \tag{2.20}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \tag{2.21}$$

Portanto, nota-se pelas equações (2.19), (2.20) e (2.21) que o problema de equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal contém seis variáveis desconhecidas, as tensões normais ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ) e as tensões cisalhantes ( $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$ ).

# 2.3.2.1.2 Material Anisotrópico – Equações Constitutivas

Quando não há nenhum plano de simetria associado ao alinhamento das fibras o material é denominado anisotrópico [5]. Um material compósito reforçado com fibra é caracterizado como anisotrópico quando, por exemplo, as fibras estão alinhadas em três ou mais direções não ortogonais.

Para materiais anisotrópicos lineares elásticos, no sistema de coordenadas global x, y, z, a relação tensão-deformação é dada pelas Equações (2.22):

$$\sigma_{x} = S_{11}\varepsilon_{x} + S_{12}\varepsilon_{y} + S_{13}\varepsilon_{z} + S_{14}\gamma_{yz} + S_{15}\gamma_{xz} + S_{16}\gamma_{xy}$$

$$\sigma_{y} = S_{21}\varepsilon_{x} + S_{22}\varepsilon_{y} + S_{23}\varepsilon_{z} + S_{24}\gamma_{yz} + S_{25}\gamma_{xz} + S_{26}\gamma_{xy}$$

$$\sigma_{z} = S_{31}\varepsilon_{x} + S_{32}\varepsilon_{y} + S_{33}\varepsilon_{z} + S_{34}\gamma_{yz} + S_{35}\gamma_{xz} + S_{36}\gamma_{xy}$$

$$\tau_{yz} = S_{41}\varepsilon_{x} + S_{42}\varepsilon_{y} + S_{43}\varepsilon_{z} + S_{44}\gamma_{yz} + S_{45}\gamma_{xz} + S_{46}\gamma_{xy}$$

$$\sigma_{xz} = S_{51}\varepsilon_{x} + S_{52}\varepsilon_{y} + S_{53}\varepsilon_{z} + S_{54}\gamma_{yz} + S_{55}\gamma_{xz} + S_{56}\gamma_{xy}$$

$$\sigma_{xy} = S_{61}\varepsilon_{x} + S_{62}\varepsilon_{y} + S_{63}\varepsilon_{z} + S_{64}\gamma_{yz} + S_{65}\gamma_{xz} + S_{66}\gamma_{xy}$$
(2.22)

A forma matricial da Equação (2.22) pode ser vista a seguir.

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{x} \\ \boldsymbol{\sigma}_{y} \\ \boldsymbol{\sigma}_{z} \\ \boldsymbol{\tau}_{yz} \\ \boldsymbol{\tau}_{xz} \\ \boldsymbol{\tau}_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{z} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{pmatrix}$$
 (2.23)

A matriz [S] é denominada matriz de rigidez do material. A inversa da matriz [S] é a matriz de flexibilidade [C].

### 2.3.2.1.2.1 Material Monoclínico

Compósitos contendo fibras alinhadas e que possuem um plano de simetria perpendicular à direção da fibra, apresentam uma redução do número de constantes elásticas.

Pode-se observar em materiais completamente anisotrópicos que a tensão normal  $\sigma_1$  causa deformação cisalhante fora do plano ( $\gamma_{13}$ ), porém em materiais monoclínicos sujeitos à tensão normal  $\sigma_1$  (direção 1 orientado com o plano de simetria) a deformação fora do plano é zero. Conseqüentemente, conclui-se que o elemento S<sub>51</sub> da matriz de flexibilidade é também zero. Através de argumentos similares pode-se demonstrar que as constantes S<sub>41</sub>, S<sub>42</sub>, S<sub>43</sub>, S<sub>53</sub>, S<sub>64</sub>, S<sub>65</sub> também são zero.

### 2.3.2.1.2.2 Material Ortotrópico

Quando existem três planos de simetria mutuamente perpendiculares em relação ao alinhamento das fibras o material é denominado ortotrópico [5]. Ao analisar o comportamento mecânico deste material deve-se considerar o sistema de coordenadas de tal modo que os eixos(x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub>) sejam perpendiculares aos três planos de simetria. Ao aplicar uma tensão normal  $\sigma_1$  nota-se que as deformações cisalhantes fora do plano  $\gamma_{13}$  e  $\gamma_{23}$  são iguais a zero. Isto se deve à simetria do plano 1-2. Além disso,

devido a simetria do plano 1-3, a deformação  $\gamma_{12}$  também é igual a zero. Estes fatos implicam que as constantes S<sub>14</sub>, S<sub>15</sub>, S<sub>16</sub> sejam iguais a zero.

Os materiais ortotrópicos apresentam uma importante característica no que se refere ao comportamento diante de solicitações mecânicas. Tensões normais não produzem deformação cisalhante quando aplicadas nas direções ortotrópicas $(x_1, x_2, x_3)$ .

### 2.3.2.1.2.3 Material transversalmente isotrópico

Como o material ortotrópico, os materiais transversalmente isotrópicos também possuem três planos de simetria [5]. Porém, em um dos planos de simetria o material é tratado como anisotrópico. Um exemplo de um material transversalmente isotrópico é um compósito reforçado com fibras contínuas e unidirecionais com todas as fibras alinhadas a um eixo de referência ( $x_1$ ). Neste caso, o material no plano perpendicular à fibra é tratado como isotrópico.

Do mesmo modo que para os materiais ortotrópicos, os eixos de análise devem ser convenientemente posicionados de modo que os eixos estejam perpendicularmente alinhados com os planos de simetria, sendo o eixo  $x_1$  perpendicular ao plano de isotropia.

Neste sistema de coordenadas convenientemente escolhido, os valores das razões de Poissson seguintes são iguais a zero:  $v_{16}$ ,  $v_{26}$ ,  $v_{36}$ ,  $v_{45}$ .

### 2.3.2.1.3 Relação Matriz de Flexibilidade com Constantes de Engenharia

Os elementos da matriz de flexibilidade são obtidos indiretamente através das propriedades mecânicas medidas em ensaios de laboratório.

Para caracterizar um material compósito monoclínico faz-se necessário o levantamento de 13 constantes de engenharia, entre elas, módulos de Young, módulos de cisalhamento, e razões de Poisson em diferentes planos de orientação do material.

A existência de simetrias e/ou isotropias, fazem com que estas propriedades sejam dependentes entre si ou mesmo nulas, simplificando o trabalho de caracterização do material.

Na Tabela 2.1 podem ser visualizadas as constantes de engenharia e como são obtidas, enquanto que na Tabela 2.2 são apresentadas as propriedades dependentes e independentes para os materiais monoclínicos, ortotrópicos, transversalmente isotrópicos e isotrópicos. Os elementos da matriz de flexibilidade podem ser vistos na Tabela 2.3.

Teste	Constantes de Engenharia	
	Módulo de Young na direção $x_1$	$E_1 = \sigma_1 / \varepsilon_1$
	Razão de Poisson no plano $x_1 - x_2$	$v_{12} = -\varepsilon_2/\varepsilon_1$
	Razão de Poisson no plano x <sub>1</sub> – x <sub>3</sub>	$v_{13} = -\varepsilon_3/\varepsilon_1$
	Parâmetro de Poisson	$v_{16} = \gamma_{12}/\varepsilon_1$
	Módulo de Young na direção x2	$E_2 = \sigma_2 / \varepsilon_2$
$\sigma_2 \sigma_2$	Razão de Poisson no plano x2 – x1	$\boldsymbol{v}_{21} = -\boldsymbol{\varepsilon}_1/\boldsymbol{\varepsilon}_2$
←□→	Razão de Poisson no plano x2 – x3	$\boldsymbol{V}_{23} = -\boldsymbol{\mathcal{E}}_3 / \boldsymbol{\mathcal{E}}_2$
	Parâmetro de Poisson	$v_{26} = \gamma_{12}/\varepsilon_2$
^	Módulo de Young na direção x <sub>3</sub>	$E_3 = \sigma_3 / \varepsilon_3$
$\uparrow \sigma_3$	Razão de Poisson no plano $x_3 - x_1$	$v_{31} = -\varepsilon_1/\varepsilon_3$
$\int \sigma_{\sigma}$	Razão de Poisson no plano $x_3 - x_2$	$V_{32} = -\mathcal{E}_2/\mathcal{E}_3$
Ψ Ο 3	Parâmetro de Poisson	$v_{36} = \gamma_{12}/\varepsilon_3$
$\uparrow \overbrace{\rightarrow}^{\tau_{23}} \checkmark$		$C = \pi / \alpha$
	Modulo de Cisalnamento no plano $x_2 - x_3$	$G_{23} = \tau_{23} / \gamma_{23}$
	Parâmetro de Poisson	$V_{45} = \gamma_{13} / \gamma_{23}$
$\uparrow \square_{\pi}^{\tau_{13}}$	Módulo de Cisalhamento no plano $x_1 - x_3$	$G_{13} = \tau_{13}/\gamma_{13}$
	Parâmetro de Poisson	$v_{54} = \gamma_{23}/\gamma_{13}$
$\xrightarrow{\tau_{12}}_{\tau_{12}}$	Módulo de Cisalhamento no plano $x_1 - x_2$	$G_{12} =  au_{12} / \gamma_{12}$
	Parâmetro de Poisson	$v_{61} = \varepsilon_1 / \gamma_{12}$
	Parâmetro de Poisson	$v_{62} = \varepsilon_2 / \gamma_{12}$
	Parâmetro de Poisson	$\boldsymbol{\nu}_{63} = \boldsymbol{\varepsilon}_3 / \boldsymbol{\gamma}_{12}$
$\frac{V_{ij}}{E_i} = \frac{V_{ji}}{E_j}, \qquad \frac{V_{ji}}{G_j}$	$\frac{V_{54}}{V_{23}} = \frac{V_{54}}{G_{13}}, \qquad \frac{V_{i6}}{E_i} = \frac{V_{6i}}{G_{12}}$ (i, j = 1, 2, 3)	

Tabela 2. 1 – Constantes de engennaria. [5]	Tabela 2. 1 –	Constantes	de engen	haria.	[5]
---	---------------	------------	----------	--------	-----

Tabela 2. 2 – As constantes de engenharia não nulas para os materiais monoclínicos, ortotrópicos, transversalmente isotrópicos e isotrópicos. [5]

Material	Independente	Dependente
Monoclínico	$E_1, E_2, E_3$	
	$G_{23}, G_{13}, G_{12}$	
	$V_{12}, V_{13}, V_{23}$	
	$V_{16}, V_{26}, V_{45}, V_{36}$	
Ortotrópico	$E_1, E_2, E_3$	
	$G_{23}, G_{13}, G_{12}$	
	$V_{12}, V_{13}, V_{23}$	
Transversalmente Isotrópico	$E_1, E_2$	$E_3 = E_2, \ G_{13} = G_{12}$
	<i>G</i> <sub>12</sub>	$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+v_{23})}$
	$v_{12}, v_{23}$	$v_{13} = v_{12}$
Isotrópico	$E_1(=E)$	$E_2 = E_3 = E$ , $v_{13} = v_{23} = v$
	$v_{12}(=v)$	$G_{23} = G_{13} = G_{12} = \frac{E}{2(1+\nu)}$

Tabela 2. 3 – Elementos da matriz de flexibilidade em termos das constantes de engenharia para materiais monoclínicos, ortotrópicos, transversalmente isotrópicos e isotrópicos [5].

$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & \frac{\nu_{61}}{G_{12}} \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & \frac{\nu_{62}}{G_{12}} \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & \frac{\nu_{63}}{G_{12}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & \frac{\nu_{54}}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\nu_{45}}{G_{23}} & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ \frac{\nu_{16}}{E_1} & \frac{\nu_{26}}{E_2} & \frac{\nu_{36}}{E_3} & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$	Monoclínico
$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$	Ortotrópico
$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & \frac{-\nu_{21}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{23})}{E_2} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix}$	Transversalmente Isotrópico
$[C] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix}$	Isotrópico

# 2.3.2.1.4 Condição de Tensão Plana – Placa Fina

No estado de tensão plana uma das tensões normais e ambas as tensões de cisalhamento fora do plano são nulas. Por convenção usa-se definir o eixo z (ou  $x_3$ ) como sendo a direção da tensão normal zero, sendo nulas as tensões de cisalhamento fora do plano x - y (ou  $x_1 - x_2$ ).

O estado de tensão plana pode ser utilizado em compósitos como uma boa aproximação das tensões atuantes quando uma placa fina de material reforçado com fibra tiver: (i) as fibras paralelas ao plano x - y, (ii) o laminado for carregado por forças orientadas em eixos paralelos ao plano do laminado e (iii) as tensões estejam distribuídas uniformemente ao longo da espessura.

Apesar de não prover um resultado exato do estado de tensões no material, a análise considerando estado de tensão plana aplicado a estruturas de parede fina se mostra uma boa simplificação, produzindo respostas com razoável exatidão.

A equação de rigidez do material, para os estado de tensão plana, expressa na forma matricial pode ser vista na equação (2.24).

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{x} \\ \boldsymbol{\sigma}_{y} \\ \boldsymbol{\tau}_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_{11} & \boldsymbol{Q}_{12} & \boldsymbol{Q}_{16} \\ \boldsymbol{Q}_{21} & \boldsymbol{Q}_{22} & \boldsymbol{Q}_{26} \\ \boldsymbol{Q}_{61} & \boldsymbol{Q}_{62} & \boldsymbol{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{cases}$$
(2.24)

Para um material ortotrópico os elementos  $S_{16}$ ,  $S_{26}$  são iguais a zero. Deste modo, a matriz [Q] pode ser expressa pela equação quando substituídos os valores de  $Q_{ij}$  pelas constantes de engenharia (2.25).

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{D} & \frac{V_{12}E_2}{D} & 0\\ \frac{V_{12}E_2}{D} & \frac{E_2}{D} & 0\\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix}$$
(2.25)

onde:

$$D = 1 - \frac{E_2}{E_1} (\nu_{12})^2 \tag{2.26}$$

A equação 2.27 pode ser aplicada a compósitos do tipo manta (material ortotrópico no qual existe o mesmo número de fibras nas direções  $+\theta e -\theta$  no plano  $x_1 - x_2$ ). Para este tipo de material os elementos da matriz de rigidez podem ser calculados através da média das propriedades nas direções  $+\theta e -\theta$  conforme equação (2.27).

$$Q_{ij}^{w} = \frac{1}{2} \left[ \left( Q i_{j} \right)_{\Theta} + \left( Q i_{j} \right)_{-\Theta} \right], \, i, j = 1, 2, 6,$$
(2.27)

onde  $(Qi_j)_{\Theta} \in (Qi_j)_{-\Theta}$  são os elementos da matriz de rigidez nas direções + $\theta \in -\theta$  respectivamente.

Os elementos da matriz de rigidez [Q] são obtidos através da rotação da matriz, conforme descrito no item Rotação da Matriz de Propriedades, para o caso plano de tensões.

### 2.3.2.1.5 Rotação da Matriz de Propriedades

Não é intenção deste trabalho demonstrar as operações matriciais que promovem a rotação de um tensor de tensões ou de deformações. O intuito deste item é apenas de apresentar as operações básicas para aplicação das matrizes de seno e co-seno que

promovem a rotação dos sistemas de coordenadas. De posse deste conhecimento, é possível então avaliar as propriedades de um material em qualquer orientação do sistema de coordenadas.

Considerando dois sistemas cartesianos com eixos p, q, r e p', q', r', a orientação entre o primeiro sistema de cooredenadas e o segundo pode ser expressa por 9 cosenos diretores ( $r_{11}$ ,  $r_{12}$ ,  $r_{13}$ ), ( $r_{21}$ ,  $r_{22}$ ,  $r_{23}$ ), ( $r_{31}$ ,  $r_{32}$ ,  $r_{33}$ ). Os cosenos diretores medem a projeção de cada eixo do novo sistema de coordenadas nos eixos do sistema anterior.

#### 2.3.2.1.5.1 Rotação do vetor de tensões.

A tensões no novo sistema de coordenadas são calculadas a partir das tensões do sistema antigo multiplicado pela matriz de rotação  $[T_{\sigma}]$ .  $[T_{\sigma}]$  pode ser expressa pela produto das matrizes de transformação de cada eixo p, q e r, como é mostrado na equação (2.28).

$$[T_{\sigma}] = \begin{bmatrix} T_{\sigma}^{p} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\sigma}^{q} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\sigma}^{r} \end{bmatrix}$$
(2.28)

onde, os valores de  $[T^{p}_{\sigma}], [T^{q}_{\sigma}], [T^{r}_{\sigma}]$  são apresentados na Tabela 2.4.

#### 2.3.2.1.5.2 Rotação do vetor de deformações.

As deformações no novo sistema de coordenadas são calculadas a partir das deformações do sistema antigo multiplicado pela matriz de rotação  $[T_{\varepsilon}]$ .  $[T_{\varepsilon}]$  pode ser expressa pela produto das matrizes de transformação de cada eixo p, q e r, como é mostrado na equação (2.29).

$$[T_{\varepsilon}] = [T_{\varepsilon}^{p}][T_{\varepsilon}^{q}][T_{\varepsilon}^{r}]$$
(2.29)

onde, os valores de  $[T_{\varepsilon}^{p}], [T_{\varepsilon}^{q}], [T_{\varepsilon}^{r}]$  são apresentados na Tabela 2.4.

Transformação de Tensão	Transformação de Deformação	
$[T_{\sigma}^{p}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{i}^{2} & s_{i}^{2} & 2c_{i}s_{i} & 0 & 0 \\ 0 & s_{i}^{2} & c_{i}^{2} & -2c_{i}s_{i} & 0 & 0 \\ 0 & -c_{i}s_{i} & c_{i}s_{i} & c_{i}^{2}-s_{i}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{i} & -s_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{i} & c_{i} \end{bmatrix}$	$[T_{\varepsilon}^{p}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{i}^{2} & s_{i}^{2} & c_{i}s_{i} & 0 & 0 \\ 0 & s_{i}^{2} & c_{i}^{2} & -c_{i}s_{i} & 0 & 0 \\ 0 & -2c_{i}s_{i} & 2c_{i}s_{i} & c_{i}^{2} - s_{i}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{i} & -s_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{i} & c_{i} \end{bmatrix}$	i = p
$\left[T_{\sigma}^{p}\right] = \begin{bmatrix} c_{i}^{2} & 0 & s_{i}^{2} & 0 & 2c_{i}s_{i} & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ s_{i}^{2} & 0 & c_{i}^{2} & 0 & -2c_{i}s_{i} & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{i} & 0 & -s_{i}\\ -c_{i}s_{i} & c_{i}s_{i} & 0 & 0 & c_{i}^{2} - s_{i}^{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & s_{i} & 0 & c_{i} \end{bmatrix}$	$[T_{\varepsilon}^{p}] = \begin{bmatrix} c_{i}^{2} & 0 & s_{i}^{2} & 0 & c_{i}s_{i} & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ s_{i}^{2} & 0 & c_{i}^{2} & 0 & -c_{i}s_{i} & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{i} & 0 & -s_{i}\\ -2c_{i}s_{i} & 2c_{i}s_{i} & 0 & 0 & c_{i}^{2} - s_{i}^{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & s_{i} & 0 & c_{i} \end{bmatrix}$	i = q
$\left[T_{\sigma}^{q}\right] = \begin{bmatrix} c_{i}^{2} & s_{i}^{2} & 0 & 0 & 0 & 2c_{i}s_{i} \\ s_{i}^{2} & c_{i}^{2} & 0 & 0 & 0 & -2c_{i}s_{i} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{i} & -s_{i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{i} & c_{i} & 0 \\ -c_{i}s_{i} & c_{i}s_{i} & 0 & 0 & 0 & c_{i}^{2} - s_{i}^{2} \end{bmatrix}$	$[T_{e}^{q}] = \begin{bmatrix} c_{i}^{2} & s_{i}^{2} & 0 & 0 & 0 & c_{i}s_{i} \\ s_{i}^{2} & c_{i}^{2} & 0 & 0 & 0 & -c_{i}s_{i} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{i} & -s_{i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{i} & c_{i} & 0 \\ -2c_{i}s_{i} & 2c_{i}s_{i} & 0 & 0 & 0 & c_{i}^{2} - s_{i}^{2} \end{bmatrix}$	i = r
$c_i = \cos \Theta_i$ , $s_i = \sin \Theta_i$ p/i = p, q, r		

Tabela 2. 4 – Matrizes de rotação do sistema de coordenadas [5].

A relação tensão-deformação no novo sistema de coordenadas é expressa pela equação (2.30).

$$\boldsymbol{\sigma} = [\boldsymbol{S}]\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.30}$$

onde  $[S^{s}]$  é a matriz de rigidez no novo sistema de coordenadas.

Para obter a relação entre [S] e [S'], deve-se multiplicar os dois lados da equação (2.30) por  $[T_{\sigma}]$ .

$$[T_{\sigma}]\sigma = [T_{\sigma}][S]\varepsilon, \qquad (2.31)$$

Considerando as seguintes propriedades da matriz identidade: (i) uma matriz multiplicada pela sua inversa é igual à matriz identidade [I], (ii) o produto da identidade por um vetor [ $\epsilon$ ] é igual a [ $\epsilon$ ], tem-se, assim, que a equação (2.31) é igual à equação (2.32).

$$[T_{\sigma}]\sigma = [T_{\sigma}][S][T_{\varepsilon}]^{-1}[T_{\sigma}]\varepsilon$$
(2.32)

Dado que:

$$\sigma' = [T_{\sigma}]\sigma \tag{2.33}$$

e

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = [T_{\varepsilon}]\boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.34}$$

A matriz de rigidez no novo sistema de coordenadas é, portanto, expressa pela equação (2.35).

$$[S'] = [T_{\sigma}][S][T_{\varepsilon}]^{-1}.$$
(2.35)

### 2.3.2.1.6 Limites Associados às Constantes de Engenharia

Consideremos um cubo feito de material linear elástico. Quando este cubo livre de deformação é deformado, durante esta deformação a energia interna é modificada. Como o cubo inicial é livre de energia, a deformação resulta em uma variação positiva da energia de deformação [5].

O conceito apresentado acima leva à conclusão de que a matriz de flexibilidade [C] deve ser positiva [12], para que a variação da energia também seja.

Uma matriz simétrica é positiva quando todos os seus autovalores são positivos [13]. Para materiais ortotrópicos, transversalmente isotrópicos e isotrópicos a matriz [C] é positiva quando todos os sub-determinantes da diagonal principal forem também positivos.

$$D_i = C_{ii} > 0$$
, para i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. (2.36)

$$D_{23} = \begin{bmatrix} C_{22} & C_{23} \\ C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} > 0, \ D_{13} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} \\ C_{31} & C_{33} \end{bmatrix} > 0, \ D_{12} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} > 0$$
(2.37)

$$D_{123} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} > 0$$
(2.38)

De acordo com a regra de inversão de matrizes, os elementos da diagonal principal da matriz de rigidez são determinados pelas seguintes equações:

$$S_{11} = \frac{D_{23}}{D_{123}}, \ S_{22} = \frac{D_{13}}{D_{123}}, \ S_{33} = \frac{D_{12}}{D_{123}}.$$
 (2.39)

Portanto, o requisito da matriz de rigidez positiva é atingido quando os seguintes aspectos são atendidos:

- Os elementos da diagonal principal da matriz de flexibilidade são positivos;
- O determinante da matriz de flexibilidade é positivo;
- Os elementos da diagonal principal da matriz de rigidez são positivos.

Os elementos da matriz de flexibilidade podem ser substituídos pelos valores das constantes de engenharia, como foi apresentado na Tabela 2.3. As condições

expressas, neste item, podem ser aplicadas a estas constantes de engenharia estabelecendo, portanto, limites físicos para os valores destas constantes.

Não serão apresentadas neste trabalho as manipulações algébricas necessárias às avaliações dos limites físicos das constantes de engenharia. No entanto, a Tabela 2.5 apresenta tais limites para os materiais ortotrópicos, transversalmente isotrópicos e isotrópicos.

Ortotrópico	$E_1 > 0, E_2 > 0, E_3 > 0, G_{23} > 0, G_{13} > 0, G_{12} > 0,$
	$1 - v_{23}^{2} \frac{E_{3}}{E_{2}} - v_{12}^{2} \frac{E_{2}}{E_{1}} - 2v_{12}v_{13}v_{23} \frac{E_{3}}{E_{1}} - v_{13}^{2} \frac{E_{3}}{E_{1}} > 0,$
	$v_{23}^{2} < \frac{E_{2}}{E_{3}}, v_{13}^{2} < \frac{E_{1}}{E_{3}}, v_{12}^{2} < \frac{E_{1}}{E_{2}}$
Transversalmente	$E_1 > 0, E_2 > 0, G_{12} > 0,$
Isotrópico	$-1 < v_{23} < \left(1 - 2\frac{E_2 v_{12}}{E_1}\right), v_{12}^2 < \frac{E_1}{E_2}$
Isotrópico	$E_1 > 0,$
	$-1 < v_{12} < 0.5$

Tabela 2. 5 – Limites físicos das constantes de engenharia. [5]

#### 2.3.2.2 Compósitos Laminados

Peças estruturais em materiais compósitos freqüentemente são feitas em camadas, com as lâminas de compósito coladas, dispostas de modo a empilhá-las formando um laminado. Uma camada pode ser constituída de fibras curtas ou longas, unidirecionais ou em manta, envolvidas em uma matriz.

Camadas que contenham o mesmo material e a mesma orientação são chamadas de grupos de lâminas. Quando as propriedades e a orientação são a mesma na seção transversal do grupo, o grupo de lâminas pode ser tratado com uma única camada.



Figura 2. 15 – (a) Sistema de coordenadas global com ângulo das fibras
"θ" (b) eixo de coordenadas local orientado na direção da fibra de uma das camadas do laminado. [5]

Considerando o sistema de coordenadas apresentado na Figura 2.15, os laminados compósitos podem ser classificados quanto às características de empilhamento:

Laminado Simétrico: quando existe simetria quanto ao empilhamento em relação ao plano médio.

**Laminado Balanceado:** quando para cada lâmina na direção  $+\theta$  existe uma lâmina idêntica na direção  $-\theta$ .

**Laminado com empilhamento cruzado:** quando as camadas são dispostas de modo que as fibras sejam orientadas somente nas direções 0 e 90 graus.

**Laminado com empilhamento em ângulo:** quando as camadas são dispostas de modo que as fibras sejam orientadas somente nas direções  $+\theta e -\theta$ .

Laminado com empilhamento em  $\pi/4$ : quando as camadas são dispostas de modo que as fibras sejam orientadas somente nas direções 0, 45, 90, -45 graus.

## 2.3.2.2.1 Método analítico para cascas em compósito.

A casca é definida como um corpo limitado por duas superfícies curvas, onde a distância entre as superfícies é pequena diante das outras dimensões. O lugar geométrico dos pontos igualmente distantes das superfícies é a superfície média. O segmento de reta limitado pelas superfícies, e normal à superfície média, é a espessura (t). No modelo inicial que será realizado neste trabalho, os dutos consistirão de cascas cilíndricas com raio de curvatura (R) fixo.

A relação entre o raio de curvatura da superfície média e a espessura da casca exerce um papel importante no estudo das cascas pois, sendo  $R \gg t$ , a casca se diz fina ou delgada, do contrário, ela é classificada como espessa.

Essa classificação em delgadas ou espessas é de fundamental importância pois, se tratando de cascas finas, a análise de tensões se dá de forma mais simplificada. Em particular, para as cascas finas, podem-se desprezar os efeitos devido ao cisalhamento transversal.

As tensões atuantes num elemento de casca são consideradas agindo no plano médio da superfície, dando origem às resultantes de tensão e de momentos, conforme ilustrados na Figura 2.16.



Figura 2. 16 – Força de membrana em uma casca fina.

Quando se utiliza a teoria de membrana [14] em elementos de casca, admitindo que as deformações são pequenas, por simplificação e aproximação, despreza-se os momentos fletores e torçores. As equações que representam os esforços atuantes em um elemento de casca são dadas por:

$$N_x = \int_{-h_b}^{h_1} \sigma_x \left( 1 + \frac{z}{Ry} \right) dz$$
(2.40)

$$N_x = \int_{-h_b}^{h_1} \sigma_y \left( 1 + \frac{z}{Rx} \right) dz$$
(2.41)

$$N_{xy} = \int_{-h_b}^{h_1} \tau_{xy} \left( 1 + \frac{z}{Ry} \right) dz = N_{yx} = \int_{-h_b}^{h_1} \tau_{yx} \left( 1 + \frac{z}{Rx} \right) dz$$
(2.42)

Para cascas finas as relações  $\frac{z}{Rx}$  e  $\frac{z}{Ry}$ são pequenas em relação a 1. Portanto, as equações são reduzidas a:

$$N_{x} = \int_{-h_{b}}^{h_{1}} \sigma_{x} dz$$

$$N_{z} = \int_{-h_{b}}^{h_{1}} \sigma_{z} dz$$
(2.43)
(2.43)

$$N_x = \int_{-h_b} \sigma_y dz \tag{2.44}$$

$$N_{xy} = N_{yx} = \int_{-h_b}^{h_1} \tau_{xy} dz$$
(2.45)

Aplicando a teoria de cascas finas aos tubos cilíndricos consideramos que quando estes são expostos a pressões internas (P), surgem tensões em três direções principais: axial, radial e tangencial.

- Tensão axial ( $\sigma_x = \sigma_a$ ), na direção do eixo axissimétrico;
- Tensão radial ( $\sigma_z = \sigma_r$ ), no sentido da espessura;
- Tensão tangencial ou circunferencial ( $\sigma_y = \sigma_c$ ), circunferencialmente à superfície cilíndrica, perpendicular à espessura.

Para a condição de equilíbrio em tubos de parede fina, as tensões axial e circunferencial são expressas por:

$$\sigma_x = \sigma_a = \frac{\Pr}{2t} \tag{2.46}$$

$$\sigma_{y} = \sigma_{c} = \frac{\Pr}{t}$$
(2.47)

$$\boldsymbol{\sigma}_z = \boldsymbol{\sigma}_r \approx 0 \tag{2.48}$$

Quando se analisa um tubo cilíndrico de parede fina, sob pressão interna, este é considerado sujeito a um estado plano de tensão, pois se assume que a tensão radial é nula. Restam, portanto, as tensões axial e tangencial, sendo essa ultima a mais crítica, em decorrência de sua magnitude. Quanto mais fino é o duto, maior a relação (r/t) e mais satisfatória é a teoria da membrana.

A teoria de casca fina é aplicável a dutos com a relação r/t > 10. [14] A distribuição de tensão ao longo da espessura para materiais isotrópicos e materiais compósitos é bastante diferente (ver Figura 2.17). A distribuição de tensão ao longo da espessura de um material isotrópico é uniforme, e a resultante se encontra no plano médio da espessura, se a parede for considerada fina. No entanto, numa casca de compósito, a

tensão varia em cada camada e portanto a resultante raramente se encontra no plano médio.



Figura 2. 17 – Distribuição de tensão ao longo da espessura. Material isotrópico (esquerda), laminado compósito (direita).

Na literatura encontram-se diversas soluções analíticas para o cálculo de cascas em compósitos com geometrias dos tipos domos, cones e cilindros, para empilhamentos de lâminas em orientações distintas.

## 2.3.2.2.2 Matriz de Rigidez em Placas Finas de Laminados

A análise de laminados finos é baseada na teoria de placas finas, onde considera-se, por aproximação, que: (1) a deformação na seção transversal da camada varia linearmente com a espessura, (2) as deformação cisalhantes fora do plano da lâmina são consideradas desprezíveis e (3) a tensão normal  $\sigma_z$  e as tensões cisalhantes  $\tau_{xz}$  e  $\tau_{zy}$  são pequenas comparadas às tensões no plano x – y.

Não nos atendo aos detalhes do desenvolvimento das equações, considerando as deformações ( $\mathcal{E}_x^0, \mathcal{E}_y^0, \gamma_{xy}^0$ ) e as curvaturas ( $k_x, k_y, k_{xy}$ ) aplicadas a um plano de referência do laminado, dada a aplicação de forças normais, N, e momentos fletores, M, a matriz de rigidez do um laminado sujeito a esforços no plano x – y (paralelo a plano do laminado) pode ser vista na equação (2.49):

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{xy} \\ N_{xy} \\ M_{x} \\ M_{y} \\ M_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \\ k_{x} \\ k_{y} \\ k_{xy} \end{pmatrix}$$
(2.49)

onde os elementos da submatrizes de [A], [B] e [D] são definidos pelas equações (2.50),(2.51) e (2.52) respectivamente.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \left( \overline{Q}_{ij} \right)_{k} (z_k - z_{k-1})$$
(2.50)

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K} \left( \overline{Q}_{ij} \right)_{k} \left( z_{k}^{2} - z_{k-1}^{2} \right)$$
(2.51)

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{K} \left( \overline{Q}_{ij} \right)_{k} \left( z_{k}^{3} - z_{k-1}^{3} \right)$$
(2.52)

Nessas equações,  $\overline{Q}_{ij}$  são os elementos da matriz de rigidez da camada k rotacionada em relação ao eixo de coordenadas de referência do laminado, e  $z_k$  e  $z_{k-1}$  são as distâncias do plano de referência às superfícies superior e inferior da camada k, conforme apresentado na Figura 2.18.



Figura 2. 18 – Distâncias do plano de referência. [5]

A matriz de rigidez de um laminado sofre simplificações consideráveis quando o laminado é simétrico, ou mesmo quando o laminado é ortotrópico (todas as camadas do laminado são ortotrópicas e as direções de ortotropia coincidem com os eixos x e y).

A Tabela 2.6 mostra as matrizes de rigidez para os casos onde se pode obter simplificações quanto a seus elementos. As condições para caracterizar um laminado como simétrico, ortotrópico, balanceado ou isotrópico podem ser encontradas na referência [5] da bibliografia deste trabalho.

[A]	[B]	[D]
Simétrico		
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}$
Balanceado		
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}$
Ortotrópico		
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}$
Isotrópico		
$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{A_{11} - A_{12}}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{B_{11} - B_{12}}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D_{11} - D_{12}}{2} \end{bmatrix}$

Tabela 2. 6 – Matrizes de Rigidez simplificadas [5]

As matrizes de rigidez obtidas pelo método recém apresentado são aplicáveis a laminados curvos quando o raio de curvatura for grande comparado à espessura da parede do laminado.[5]

# 2.3.3 Modos de Falha

Diversos modos de falha podem ser observados em compósitos laminados. Sob condições de serviço estes materiais desenvolvem trincas na matriz, descolamento fibra-matriz, fratura frágil das fibras ou delaminação. Estes efeitos, que causam perda da integridade do laminado, são chamados de danos. A presença de danos no laminado causa perda da rigidez e resistência do material, reduzindo a capacidade de carga e a vida em serviço. Quando um componente, em virtude da presença destes danos, torna-se incapaz de sustentar os esforços aos quais está sujeito, ocorre então, a falha. Por exemplo, quando microtrincas presentes entre camadas de um laminado crescem e aumentam em número, elas colapsam desenvolvendo um descolamento das camadas, diminuindo a capacidade de carga do componente e, por fim, resultando em sua falha. Portanto, para determinar a capacidade de carga de um componente em serviço, confeccionado em compósito, é necessário prever as condições para iniciação e propagação dos danos.

Nas últimas décadas, foram alcançados progressos consideráveis quanto ao entendimento dos fenômenos de iniciação e propagação de vários modos de danos. Porém, este conhecimento está limitado a geometrias e condições de carregamentos simples. Além disso, muitos desses trabalhos foram direcionados ao entendimento dos efeitos de modos de danos isolados, como fratura da matriz ou delaminação.

Nos dias atuais, técnicas analíticas não tratam de efeitos combinados de diversos modos de danos, atuando simultaneamente em estrutura de compósito com configurações complexas, sujeito às condições de carregamentos combinados. Esta tarefa se torna ainda mais complexa se as tensões geradas forem oriundas de carregamentos térmicos ou higroscópicos. No entanto, análises macromecânicas de estruturas em compósito sujeitas a esforços trativos, utilizando métodos numéricos como o de elementos finitos, são capazes de prover, com boa aproximação, estimativas quanto ao comportamento em falha de compósitos.

A maior dificuldade na utilização de modelos matemáticos de danos está relacionada às diferentes escalas em que estão envolvidos a iniciação e a propagação do dano. Ao nível micro, o foco é na fibra, na matriz e na interface fibra/matriz. No nível macro, o foco é na resposta global da estrutura. O início da falha sempre ocorre no nível micro e gradualmente se desenvolve para o nível macro. No entanto, quando se trata de prever o comportamento de falha do laminado, é proibitivo focar atenção nos eventos que ocorrem no nível micro. Portanto, na análise de falha de compósitos laminados, a atenção é focada na falha no nível das lâminas. A Figura 2.19 mostra vários tipos de falhas, em diferentes escalas.



Figura 2. 19 – Descolamento fibra-matriz, arrancamento da fibra e fratura da fibra.

### 2.3.3.1 Dano intra-lâminas

Os tipo de danos intra-lâminas mais observados são: descolamento fibra-matriz, fratura frágil da fibra, arrancamento da fibra, fratura da matriz. Sendo o último destes, fratura da matriz, o mais comum dos modos de dano, fato que está associado à resistência da matriz, que no caso de compósitos de matriz polimérica, é consideravelmente inferior do que a da fibra. A propagação do dano não se restringe ao plano no qual se originou o defeito. Os modos de falha se originam no nível micro (localizado). No entanto, conforme vão surgindo os defeitos, o laminado se reajusta, deformando-se para acomodar e redistribuir as tensões geradas pela presença dos danos.

### 2.3.3.2 Dano Entre-lâminas – Delaminação

À medida que as camadas do laminado vão enfraquecendo com o estabelecimento de defeitos localizados, as camadas adjacentes assumem o carregamento, assim iniciando o processo de dano. Trincas na matriz crescem e coalescem levando à delaminação na interface das camadas. A dificuldade em modelar o processo de delaminação está relacionada ao fato de se desconhecer a geometria do dano. Assim, são necessárias técnicas avançadas de inspeção, como difração de raio X e outras, para sua determinação.

Para casos com presença de múltiplas regiões de delaminação associadas a geometrias complexas, é essencial a integração de técnicas de inspeção com métodos numéricos.

Cuidados devem ser tomados quando da análise de modelos em elementos finitos para determinação do fenômeno de delaminação. Se o refinamento da malha usada nas vizinhanças da frente delaminação for inadequado, as previsões quanto ao crescimento do dano podem apresentar resultados pouco precisos. Em regra geral, é comum utilizar um tamanho de elementos em torno de ¼ à ½ da espessura da camada [6].

Na maioria dos casos o fenômeno de delaminação se inicia na superfície livre, como um "furo", propagando-se para o interior do laminado. Apesar de intuitivo, o fenômeno de delaminação é freqüentemente diferente do fenômeno de crescimento de trincas. Em materiais compósitos, a delaminação cresce ao longo das direções menos resistentes, criando novas superfícies. Quando a frente de delaminação cruza uma camada do laminado, sua geometria se torna tridimensional, diferindo do comportamento comum do fenômeno de crescimento de trincas.

Um laminado compósito simétrico fornece um exemplo típico do acúmulo de dano [6]. Um empilhamento do tipo  $(0/90)s \equiv (0/90/90/0)$  tracionado ao longo do eixo 0 graus, sendo o limite de resistência da camada orientada a 90° inferior a camada a 0°, as micro-trincas se iniciam primeiro na camada a 90°. As micro-trincas coalescem propagando até a interface das camadas (0/90) provocando a delaminação. A presença de muitas camadas orientadas a 90° adjacentes, comparadas às mesmas camadas separadas por camadas a 0° produz um resultado de propagação do dano consideralvemente diferente. Um laminado com camadas orientados a 0° separando camadas a 90° falhará a tensões mais elevadas que um laminado com camadas orientadas a 90° adjacentes.

# 2.3.4 Critérios de Falha

Neste item serão apresentados, de um modo geral, os principais critérios de falha utilizados para a verificação da integridade estrutural de materiais compósitos, e que serão aplicados no trabalho de modelagem do compósito.

Existe uma grande variedade de teorias disponíveis para o projeto de laminados de compósitos. De acordo com estas teorias, estabelece-se uma função matemática, sendo o valor unitário o limite de falha. Para valores inferiores à unidade, indica-se que o material não falhou e para valores superiores a um, indica-se falha do material, como é estabelecido na equação (2.53), abaixo.

$$f(\sigma_{1}, \sigma_{2}, \sigma_{3}, \tau_{23}, \tau_{13}, \tau_{12}, F_{1T}, F_{1C}, F_{2T}, F_{2C}, F_{12}) \begin{cases} <1 & \text{não falhou} \\ =1 & \text{limite de falha} \\ >1 & \text{falha do material} \end{cases}$$
(2.53)



Figura 2. 20 - Parâmetros de resistências do material compósito unidirecional

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ,  $\tau_{23}$ ,  $\tau_{13}$  e  $\tau_{12}$  representam o estado de tensão em um ponto do material, F<sub>1C</sub> a resistência à compressão na direção das fibras, F<sub>1T</sub> a resistência à tração na direção das fibras, F<sub>2T</sub> a resistência à tração na direção transversal às fibras, F<sub>2C</sub> a resistência à compressão na direção transversal às fibras e F<sub>12</sub> a resistência ao cisalhamento inter-laminar (in-plane). Na figura 2.20 são representados os parâmetros de resistências do material compósito unidirecional.

Os parâmetros citados podem ser determinados através de modelos micro-mecânicos simplificados, através da regra das misturas, ou através de ensaios de tração e compressão uniaxiais e cisalhamento com corpos de provas confeccionados com o material em estudo.

A grande vantagem com relação às teorias clássicas (Tsai-Hill, Azzi-Tsai-Hill, Tensão Máxima e Deformação Máxima) são que estas são independentes dos modos de falha micro-mecânicos tais como, fissuração da matriz, quebra da fibra, flambagem na fibra e delaminação. [2]

Uma limitação dos critérios de falha propostos reside no fato de que cada critério fornece somente a Primeira Carga de Falha (PCF), que ocorre quando a primeira camada de um laminado falha. No entanto, quando o laminado atinge esse patamar de carregamento, ainda existem outras regiões não afetadas pelo dano que poderiam suportar carregamentos superiores ao PCF.

Um longo processo sucessivo de falhas ocorre quando o laminado é solicitado a cargas superiores ao PCF, até um limite máximo em que ele atinge a ruptura ou última carga de falha (UCF).

Em geral, os projetos de estruturas em compósitos são feitos considerando a PCF como carregamento limite. É comum adotar-se o valor do PCF mais conservador obtido em todos os critérios. Além disso, a maioria dos critérios não se aplica em regiões de compósitos próximos a descontinuidades, tais como, furos, fissuras e margens.

Apesar das limitações no uso das teorias clássicas, ainda hoje grande parte dos projetistas utiliza as teorias clássicas como critérios de falha no dimensionamento de componentes em compósitos. [2]

#### 2.3.4.1 Critério de Tensão Máxima

O critério de tensão máxima é freqüentemente utilizado para materiais ortotrópicos sob condição de tensão plana[2]. De acordo com este critério, a falha no material acontece quando pelo menos uma das componentes de tensão ao longo da direção dos eixos do material,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  e  $\tau_{23}$  (caso bidimensional) ou  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ,  $\tau_{12}$ ,  $\tau_{13}$  e  $\tau_{23}$  (caso tridimensional) ultrapassa a resistência na direção correspondente.

#### 2.3.4.2 Critério de Deformação Máxima

O critério de deformação máxima é freqüentemente utilizado para materiais ortotrópicos sob condição de tensão plana. De acordo com este critério, a falha no material acontece quando pelo menos uma das componentes de deformação ao longo da direção dos eixos do material,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  e  $\gamma_{23}$  (caso bidimensional) ou  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ ,  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{13}$  e  $\gamma_{23}$  (caso tridimensional) ultrapassa a deformação máxima na direção correspondente.

#### 2.3.4.3 Critério Quadrático

Em seu modo mais generalizado, este método define que nenhuma falha ocorre enquanto a inequação (2.54) for satisfeita.

$$F_{1}\sigma_{1} + F_{2}\sigma_{2} + F_{3}\sigma_{3} + F_{4}\tau_{23} + F_{5}\tau_{13} + F_{6}\tau_{12} + F_{11}\sigma_{1}^{2} + F_{22}\sigma_{2}^{2} + F_{33}\sigma_{3}^{2} + F_{44}\tau_{23}^{2} + F_{55}\tau_{13}^{2} + F_{66}\tau_{12}^{2} + 2(F_{12}\sigma_{1}\sigma_{2} + F_{13}\sigma_{1}\sigma_{3} + F_{14}\sigma_{1}\tau_{23} + F_{15}\sigma_{1}\tau_{13} + F_{16}\sigma_{1}\tau_{12} + F_{23}\sigma_{2}\sigma_{3} + F_{24}\sigma_{2}\tau_{23} + F_{25}\sigma_{2}\tau_{13} + F_{26}\sigma_{2}\tau_{12} + F_{34}\sigma_{3}\tau_{23} + F_{35}\sigma_{3}\tau_{13} + F_{36}\sigma_{3}\tau_{12} + F_{45}\tau_{23}\tau_{13} + F_{46}\tau_{23}\tau_{12} + F_{56}\tau_{13}\tau_{12}) < 1$$

$$(2.54)$$

A questão é que os fatores de resistência devem ser determinados através de métodos experimentais. Para os materiais anisotrópicos seria necessário determinar 27 parâmetros de resistência, o que torna a aplicação deste método bastante complexa para o uso em materiais anisotrópicos. O critério se torna mais simples quando se trata de materiais ortotrópicos no qual é possível aplicar simplificações no critério.

### 2.3.4.4 Critério de Falha para Compósito reforçado com fibra unidirecional.

Não é objetivo desta revisão discutir os critérios de falha para compósitos reforçados com fibras unidirecionais. No entanto, neste item será apresentado um breve resumo do critério de falha proposto por Hashin [16].

O dano é caracterizado pela perda de rigidez do material. A maioria dos materiais compósitos com fibras unidirecionais apresenta um comportamento frágil, ou seja, o dano nestes materiais se inicia sem que ocorram deformações plásticas significativas. Conseqüentemente, a plasticidade pode ser negligenciada quando na elaboração de um modelo de falha para este tipo de material.

É assumido que as fibras em um material reforçado com fibras unidirecionais estão dispostas paralelas e orientadas conforme o eixo 1, conforme representado na Figura 2.21.



Figura 2.21 – Compósito reforçado com fibras unidirecionais.
No Abaqus® o critério de falha implementado é baseado na teoria de Hashin[16] para o estado de tensão plana. Este critério considera quatro tipos diferentes de mecanismos de iniciação do dano, são eles: tração da fibra, compressão da fibra, tração da matriz e compressão da matriz.

O critério de iniciação da fratura possui a seguinte forma:

Tração da Fibra ( $\sigma_{11} \ge 0$ ) :

$$\boldsymbol{F}_{f}^{t} = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{11}}{X^{T}}\right)^{2} + \boldsymbol{\alpha}\left(\frac{\boldsymbol{\tau}_{12}}{S^{L}}\right)^{2}$$
(2.54)

Compressão da Fibra ( $\sigma_{11} \leq 0$ ):

$$\boldsymbol{F}_{f}^{c} = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{11}}{X^{c}}\right)^{2}$$
(2.55)

Tração da Matriz ( $\sigma_{22} \ge 0$ ):

$$\boldsymbol{F}_{m}^{t} = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{22}}{\boldsymbol{Y}^{T}}\right)^{2} + \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_{12}}{\boldsymbol{S}^{L}}\right)^{2}$$
(2.56)

Compressão da Matriz ( $\sigma_{22} \leq 0$ ):

$$\boldsymbol{F}_{m}^{c} = \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{22}}{2\boldsymbol{S}^{T}}\right)^{2} + \left[\left(\frac{\boldsymbol{Y}^{C}}{2\boldsymbol{S}^{T}}\right)^{2} - 1\right]\left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_{22}}{\boldsymbol{Y}^{C}}\right) + \left(\frac{\boldsymbol{\tau}_{12}}{\boldsymbol{S}^{L}}\right)^{2}$$
(2.56)

onde,

 $X^{T}$  = resistência a tensões trativas longitudinais,  $X^{C}$  = resistência a tensões compressivas longitudinais,  $Y^{T}$  = resistência a tensões trativas transversais,  $Y^{C}$  = resistência a tensões compressivas transversais,  $S^{L}$  = resistência a tensões de cisalhamento longitudinais,  $S^{T}$  = resistência a tensões de cisalhamento transversais,

 $\alpha = \epsilon$  o coeficiente que determina a contribuição das tensões cisalhantes para o critério de falha de tração da fibra. Quando  $\alpha = 0$ , o modo de falha por tração da fibra  $\epsilon$  regido somente pela resistência a tensões trativas longitudinais;

O critério de falha é encontrado quando pelo menos umas das variáveis  $F_{f}^{t}, F_{f}^{c}, F_{m}^{t}$ ,  $F_{m}^{t}$  e  $F_{m}^{c}$  atinge um valor igual ou maior do que 1. Quando não é definido um modelo de evolução do dano, o critério de falha afeta apenas as variáveis de saída. Portanto, só é possível avaliar a propensão do material de sofrer a falha, sem que se obtenha informações quanto ao processo de evolução do dano.

## 2.4 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O método de elementos finitos (MEF) é uma técnica de análise numérica destinada à obtenção de soluções aproximadas de problemas regidos por equações diferenciais. Embora o método tenha sido desenvolvido para análise estática de sistemas estruturais, ele tem sido utilizado no estudo de grande variedade de problemas de Engenharia nos domínios de Mecânica dos Sólidos, Mecânica dos Fluidos, Transmissão de Calor, entre outras aplicações. [9]

O MEF está disponível em grande número de pacotes comerciais existente no mercado (ANSYS, NASTRAN, ABAQUS, SYTUS, etc). Contudo, deve ser lembrado que a utilização eficaz destes programas e a correta interpretação dos resultados requerem amplo conhecimento por parte do engenheiro quanto aos fundamentos do MEF.

A principal motivação para o uso do MEF reside no fato que, devido à complexidade dos problemas práticos de Engenharia, soluções analíticas de forma fechada tornam-se inviáveis ou mesmo impossíveis. Assim, devemos recorrer à técnicas capazes de fornecer soluções numéricas aproximadas. Para a maioria dos problemas de engenharia podemos obter, sem grande esforço, as equações governamentais e as condições de contorno, utilizando princípios elementares da Física. Contudo,

nenhuma solução analítica simples poderá ser obtida quando o problema exibir geometria e/ou condições de contorno complicadas, o que quase sempre ocorre em situações práticas.

Para contornar esta dificuldade, uma estratégia possível é a simplificação do problema (em termos de sua geometria e/ou condições de contorno) de modo a viabilizar a construção de um modelo matemático cuja resolução analítica seja possível. Contudo, em grande número de casos (talvez na maioria das vezes), este procedimento tem como conseqüência graves imprecisões nas previsões do modelo.

Uma segunda alternativa consiste em preservar a complexidade do modelo e empregar técnicas aproximadas de resolução. Esta segunda estratégia, na qual está inserido o MEF, tem sido cada vez mais viabilizada pela crescente capacidade de processamento dos computadores digitais.

Em todo problema formulado em domínios contínuos, as incógnitas do problema, denominadas *variáveis de campo* (que podem ser grandezas escalares, como temperaturas ou vetoriais, como deslocamentos) podem assumir valores independentes em cada ponto do domínio. Conseqüentemente, o problema tem número infinito de incógnitas, sendo caracterizado como um problema *infinito-dimensional*. Este tipo de problema é geralmente modelado por equações diferenciais parciais, cuja solução analítica é dada por funções que fornecem os valores das variáveis de campo em função das coordenadas espaciais para todos os pontos do domínio. [9]

O MEF é essencialmente um processo de *discretização*, que visa transformar um problema finito-dimensional, com número finito de incógnitas. O método consiste em dividir o domínio sobre o qual o problema é estudado em várias regiões interconectadas, denominadas *elementos*. Cada elemento dispõe de um certo número de pontos (interiores e/ou limítrofes), denominados *nós* ou *pontos nodais*. O conjunto de elementos utilizados na discretização é denominado *malha*. [9]

Uma vez definidos os elementos e seus respectivos nós, no interior de cada elemento são admitias soluções aproximadas para as variáveis de campo, expressas como funções arbitrárias dos valores que as incógnitas assumem nos pontos nodais, (valores nodais). Estas funções são denominadas *funções de interpolação* ou *funções de forma*. São também impostas condições garantindo a continuidade da solução nos nós compartilhados por vários elementos. As incógnitas do problema, denominadas *graus de liberdade* (gd1), passam a ser os valores das variáveis de campo nos pontos nodais, sendo o número destas incógnitas (agora finito), denominado *número de graus de liberdade* do modelo. [9]

Dependendo da natureza do problema, após a discretização, o modelo matemático regente resulta representado por um número finito de equações diferenciais ordinárias ou de equações algébricas, cuja resolução numérica conduz aos valores das incógnitas nodais. Uma vez determinadas estas incógnitas, os valores das variáveis de campo no interior dos elementos podem ser avaliados empregando as funções de interpolação. [9]

A precisão da solução obtida depende essencialmente do número de elementos e do tipo de funções de forma empregadas na discretização. Sendo satisfeitas algumas condições, admite-se que a solução do problema discretizado convirja para a solução exata do problema contínuo à medida que se aumenta o número de incógnitas nodais.

Em comparação com outras técnicas numéricas, as principais vantagens do método dos elementos finitos são as seguintes: [9]

- Elementos de diferentes formas e tamanhos podem ser associados para discretizar domínios de geometria complexa.
- A divisão do contínuo em regiões facilita a modelagem de problemas envolvendo domínios não homogêneos, onde as propriedades físicas variam em função das coordenadas espaciais.
- O método pode ser todo formulado matricialmente, facilitando sua implementação computacional.

A implementação do MEF pode sempre ser efetuada em etapas sucessivas, de forma estruturada. As principais etapas são as seguintes:

#### 2.4.1 Discretização do domínio.

O primeiro passo é a divisão do domínio em elementos. O tipo e número de elementos a serem utilizados devem ser escolhidos de modo a representar adequadamente a geometria do problema, e caracterizar convenientemente as variações da solução ao longo do domínio.

Neste aspecto, deve-se observar que problemas unidimensionais são aqueles definidos em domínios representados por apenas uma coordenada espacial (linhas), ao passo que problemas bidimensionais e tridimensionais são aqueles definidos em domínios representados por duas coordenadas espaciais (superfícies) e três coordenadas espaciais (volumes), respectivamente. Os elementos axissimétricos são elementos utilizados para a discretização de problemas tridimensionais caracterizados pela existência de simetria geométrica e de carregamento em relação a um dado eixo. Neste caso, o problema tridimensional pode ser formulado como um problema bidimensional.

#### 2.4.2 Escolha das funções de interpolação.

Nesta etapa são escolhidas as funções de interpolação que representam as variáveis de campo no interior de cada elemento. Freqüentemente, mas nem sempre, funções polinomais são escolhidas como funções de interpolação, devido à facilidade que oferecem para derivação e integração.

Os graus dos polinômios utilizados estão relacionados ao número de incógnitas nodais de cada elemento, devendo também atender a certos requisitos de continuidade das variáveis de campo a serem satisfeitos nos nós e nas fronteiras entre elementos imediatamente vizinhos.

#### 2.4.3 Construção de matrizes elementares.

Uma vez escolhidos o tipo e o número de elementos e as funções de interpolação, devemos estabelecer as relações matriciais expressando o comportamento (relações de

causa-efeito), em termos de propriedades físicas e geométricas, para cada elemento, individualmente. Em outras palavras, procede-se à formulação em nível elementar.

Para tanto, pode ser utilizado o processo direto, que é baseado no método da rigidez da análise estrutural, através do qual são obtidas as relações matriciais entre as forças e deslocamentos nodais, a partir das relações de equilíbrio de forças e compatibilidade de deslocamentos.

# 2.4.4 Montagem das matrizes elementares para obtenção de matrizes globais.

Para caracterizar o comportamento do sistema completo, resultante da associação dos vários elementos, devemos agrupar as matrizes de cada um dos elementos de uma forma adequada. Em outras palavras, devemos combinar as equações matriciais expressando o comportamento dos elementos individuais para formar as equações matriciais que devem descrever o comportamento do sistema em todo domínio.

Este processo é conhecido como *montagem das matrizes globais*. No processo de montagem impõe-se a condição que em cada nó, onde vários elementos estão interconectados, os valores das variáveis de campo são os mesmos para cada elemento compartilhando aquele nó.

No final deste processo, as equações matriciais globais devem ser modificadas para satisfazer as condições de contorno do problema. A ordem das matrizes globais coincide com o número total de incógnitas nodais. Este número é chamado *número de graus de liberdade* do modelo.

# 2.4.5 Imposição dos carregamentos externos e das condições de contorno.

As equações matriciais globais devem ser modificadas para satisfazer as de contorno do problema, que expressam o fato que alguns valores das incógnitas nodais são prescritos. Assim, por exemplo, em problemas de transferência de calor, os valores da temperatura em alguns pontos do contorno podem ser previamente conhecidos. Da mesma forma, deve-se alterar as equações globais para levar em conta que, em alguns nós, cargas externas conhecidas (forças, fluxos de calor, etc.) são aplicadas. Ao final deste processo, o número total de incógnitas nodais remanescentes define o chamado *número de graus de liberdade* do modelo.

#### 2.4.6 Resolução do sistema de equações.

Ao final do processo de montagem das matrizes globais, o modelo matemático do problema estará representado por um conjunto de equações, que podem ser lineares ou não lineares, algébricas ou diferenciais, dependendo da natureza do problema enfocado.

Estas equações devem então ser resolvidas numericamente para a determinação dos valores das variáveis de campo nos pontos nodais. Neste processo de resolução, procedimentos numéricos apropriados, implementados sob a forma de rotinas computacionais, devem ser utilizados.

#### 2.4.7 Realização de cálculos complementares.

Em várias situações, cálculos complementares devem ser realizados para a determinação de grandezas dependentes das variáveis de campo, determinadas na etapa precedente. Assim, por exemplo, nos problemas de Mecânica dos Sólidos, uma vez determinados os deslocamentos, cálculos adicionais são necessários para a determinação das deformações (utilizando as relações deformação-deslocamento) e das tensões (utilizando as relações tensão-deformação).

# **3 BASE EXPERIMENTAL**

No Trabalho de ALBUQUERQUE [1], desenvolvido no laboratório de Compósitos (LACOM) do PEMM/COPPE, foram realizados ensaios de tração, ensaios hidrostáticos e um estudo analítico para estimar o nível de tensões suportado pelo duto reforçado.

O Trabalho de ALBUQUERQUE servirá de base para o desenvolvimento desta dissertação, sendo que o modelo a ser desenvolvido será validado mediante comparação com os resultados experimentais obtidos por aquele autor.

Para a elaboração do modelo faz-se necessário o levantamento dos dados utilizados por ALBUQUERQUE. Estes dados consistem nas propriedades dos materiais, características geométricas como ângulo de enrolamento da fibra, empilhamento das camadas, dentre outras propriedades que serão descritas ao longo deste Capítulo. Foram transcritos, para este documento, somente as informações necessárias para identificação dos materiais estudados, e para modelagem dos materiais e ensaios mecânicos.

Para fins de validação do modelo numérico desenvolvido, os resultados experimentais de ensaios de tração, e hidrostático, realizados por ALBUQUERQUE também foram transcritos neste capítulo.

# 3.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS - AÇO 1020

O aço utilizado foi do tipo AISI 1020. A caracterização mecânica do aço foi realizada por ALBUQUERQUE a partir de ensaio de tração em máquina universal de marca INSTRON e modelo TTDML. Para tal foi adotada velocidade de carregamento de 1 mm/min, extensômetro G-51-12-A e célula de carga de 10 KN.

As dimensões adotadas foram as indicadas na norma ASTM E 8M-99 [69]. As dimensões adotadas para a fabricação dos corpos de prova são mostradas na Figura 3.1



Figura 3. 1 – Dimensões do corpo de prova para ensaio de tração do aço. [1]

A Figura 3.2 apresenta os valores das propriedades obtidas a partir do tratamento dos dados oriundos do ensaio de tração realizados no corpo de prova em aço.

Propriedade	Valor Encontrado	Desvio Padrão
$\overline{\sigma_{\scriptscriptstyle LE}}[MPa]$	275,56	17,62
$\overline{\sigma_{R}}[MPa]$	384,03	21,67
$\overline{\sigma_f}[MPa]$	272,08	21,78
	48,91	3,18
Tenacidade [J]	153,11	13,83

Figura 3. 2 - Propriedades Mecânicas do aço 1020. [1]

# 3.2 PROPRIEDADE DOS MATERIAIS - COMPÓSITO

A confecção dos materiais compósitos foi feita a partir de matriz polimérica do tipo vinil éster e reforço unidirecional de fibra de vidro, cujas propriedades estão detalhadas nos itens 3.1.2.1 e 3.1.2.2.

Foram produzidas, por ALBUQUERQUE, lâminas de compósito com intuito de estudar o comportamento mecânico do material desenvolvido.

Para o desenvolvimento do material compósito ALBUQUERQUE utilizou uma técnica de enrolamento filamentar utilizando um ângulo de aproximadamente 90° (*hoop*). Após a obtenção das camadas de fibras de vidro, procedeu o processo de laminação com aplicação das camadas intercaladas de fibra e resina, de forma que obteve um material compósito laminado com 58% de fibras em volume.

A fração volumétrica de fibras em peso foi verificada através dos dados de pesagem realizados pelo processo de digestão da matriz e a densidade do compósito foi obtida experimentalmente.

Os valores de densidade utilizados para o cálculo da fração volumétrica de fibras, e o resultado encontrado por ALBUQUERQUE para a fração volumétrica de fibras são apresentados na Figura 3.3.

Compósito	Fibra de Vidro E
(valor médio e desvio padrão)	TION OF THIS E
$1,76\pm0,09$	2,58 [73]
$\overline{V_f}$	Desvio Padrão
59.04	1.57

Figura 3. 3 – Valores de densidade do compósito e da fibra de vidro tipo E. Fração volumétrica utilizada nos corpos de prova fabricado por ALBUQUERQUE [1].

Para a produção dos laminados, ALBUQUERQUE utilizou 5 camadas de fibras unidirecionais, obtendo-se uma placa de compósito com cerca de 2,5 mm de espessura final.

A figura 3.4 apresenta a lâmina de compósito resultante após o processo de cura.



Figura 3. 4 – Laminado unidirecional resultante do processo de laminação manual realizado por ALBUQUERQUE [1].

A caracterização mecânica dos materiais compósitos produzidos foi realizada por ALBUQUERQUE a partir de ensaios de tração, conduzidos em uma máquina universal da marca INSTRON e modelo TTDML, no Laboratório de Propriedades Mecânicas do PEMM/COPPE.

Os ensaios foram realizados utilizando-se célula de carga de 100 KN, extensômetro modelo 2620-525 com comprimento inicial de 50,8 mm, a uma velocidade de travessão de 1 mm/min.

Os corpos de prova destinados à execução desses ensaios foram obtidos a partir do corte das placas de laminados produzidas nas direções longitudinais e transversais à orientação das fibras nas dimensões sugeridas pela norma ASTM D3039M-95 [68].

A geometria do corpo de prova e as dimensões utilizadas para confecção dos corpos de prova são mostradas na Figura 3.5.



Figura 3. 5 – Geometria e dimensões do corpo de prova de ensaio de tração do material compósito estudado por ALBUQUERQUE [1].

A Figura 3.6 ilustra uma curva característica do corpo de prova de material compósito para carregamento longitudinal e transversal às fibras, para os dois tipos de *rovings* utilizados e a Figura 3.7 mostra as respectivas propriedades obtidas.



Figura 3. 6 – Curva de Tensão Deformação do laminado compósito ensaiado a tração nas direções longitudinal e transversal à orientação da fibra [1].

Tipo de Corpo de Prova/ Desvio Padrão	$\overline{E}$ [GPa]	$\overline{\sigma_{R}}$ [MPa]	e [%]	Tenacidade [J]
Longitudinal Tex 1100	31,20	629,81	2,09	21,58
Desvio Padrão	0,76	79,22	0,33	6,52
Longitudinal Tex 740	31,28	613,40	2,03	17,42
Desvio Padrão	2,60	68,61	0,18	2,52
Transversal Tex 1100	9,82	20,48	0,23	0,06
Desvio Padrão	1,54	3,48	0,03	0,03
Transversal Tex 740	9,00	14,94	0,17	0,02
Desvio Padrão	1,56	3,85	0,04	0,04

Figura 3. 7 – Tabela de propriedades obtidas a partir do ensaio de tração do laminado compósito, nas direções longitudinal e transversal à orientação da fibra [1].

ALBUQUERQUE também realizou estudos sobre o comportamento mecânico do material compósito sujeito ao envelhecimento em água a temperaturas variadas, e constatou uma grande redução das propriedades mecânicas deste material.

No entanto, o comportamento higrotérmico deste material não será objeto do modelo numérico deste trabalho, portanto os resultados obtidos por ALBUQUERQUE para compósito envelhecido não serão aqui apresentados.

Na análise do aspecto de fratura do material compósito, após o ensaio de tração para o caso de carregamento longitudinal, ALBUQUERQUE observou que a fratura do material compósito se deu a partir de delaminação das fibras unidirecionais, que provocou a exposição das fibras arrancadas da matriz. Para o caso de carregamento transversal, a fratura se deu ao longo do comprimento das fibras, de forma retilínea.

#### 3.2.1 Matriz Polimérica

Para confecção da matriz polimérica, foi utilizada uma resina vinil éster Derakane 411-350<sup>®</sup> da Companhia Dow Chemical Co, proveniente de uma resina à base de epóxi Bisfenol-A [1].

As propriedades da resina fornecidas pelo fabricante podem ser vistas na Figura 3.8.

Propriedades	Valores
Viscosidade Dinâmica a 25°C	370 mPa.s
Conteúdo de Estireno	45 %
Densidade a 25°C	$1,046 \text{ g/cm}^3$
Resistência Mecânica	86 MPa
Módulo de Elasticidade	3,2GPa
Elongação em Tração	5,0-6,0 %
Resistência a Flexão	150 MPa
Dureza (Barcol)	35

Figura 3. 8 – Tabela de propriedades da resina Epóxi Vinil Éster. [1]

As propriedades mecânicas da resina utilizada podem ser vistas na Figura 3.9.

Ensaio	$\overline{\sigma}_{max}(MPa)$	$\overline{\varepsilon}(\%)$	$\overline{E}(GPa)$	$\overline{Tenacidade}(J)$
1	47,67	7,31	2,42	2,67
DESVPADP	3,81	1,34	0,20	0,60

Figura 3. 9 – Tabela de propriedades mecânicas da resina utilizada [1].

#### 3.2.2 Fibra

Como reforço, foi utilizada a Fibra de vidro do tipo E na forma de *roving* Advantex® Tipo30®-111A da empresa Owens Corning®, de texs (medida de peso em gramas por comprimento de filamento em km) de 740g/km e 1100g/km, respectivamente.

As características dos *rovings* utilizados fornecidas pelo fabricante estão apresentadas na figura 3.10.

Tex	% Sólidos	% Umidade	Diâmetro do	Número de
(g/km)			Filamento	Filamentos
			(µm)	por Cabo
740	0,65	0,05	13	2000
1100	0,65	0,05	16	2000

Figura 3. 10 – Propriedades do *roving* de fibra de vidro [1].

# 3.3 ENSAIO HIDROSTÁTICO

Os ensaios hidrostáticos foram realizados no Laboratório de Tecnologia Submarina (LTS) da COPPE/UFRJ.

ALBUQUERQUE realizou medições de diâmetro e espessura em diversas seções dos tubos utilizados com e sem o envoltório de material compósito. Os valores médios obtidos para o diâmetro externo dos tubos sem e com reforço e para a espessura média do aço e da camada de reforço em compósito para as diferentes quantidades de camadas de fibras são apresentados na Figura 3.11.

	Tubo sem	Tubo Reforçado		
	Reforço			
Diâmetro médio		1 camada	2 camadas	3 camadas
(mm)	41,98	42,77	43,49	44,49
Espessura média	2,75	0,79	1,51	2,51
(mm)				

Figura 3. 11 - Medida do diâmetro médio do tubo e espessura de reforço em compósito [1].

A aplicação do material compósito nos tubos de aço foi feita a partir do jateamento com granalha de escória de alumínio de 60 *mesh* da ANCOBLAST®, realizado no Laboratório de Corrosão do PEMM/COPPE. Em seguida ela procedeu o enrolamento do *roving* de fibra de vidro de tex 1100 em um dispositivo manual desenvolvido especialmente para essa finalidade. Por fim foi realizada a aplicação de resina entre as

camadas de fibra por meio de um pincel, de forma a manter a fração volumétrica de fibras mais próxima possível à obtida no laminado.

ALBUQUERQUE fabricou tubos com uma, duas e três camadas de compósito, conforme apresentado na Figura 3.11.

Os ensaios hidrostáticos de pressão interna foram realizados no Laboratório de Tecnologia Submarina da PEMM/COPPE, em um aparato desenvolvido para o processo de carregamento sob pressão em tubos de pequeno diâmetro.

Os resultados encontrados para os valores de pressão máxima ( $P_{máx}$ ) e pressão de colapso (Pc) relativos aos tubos com e sem reforço denominados de T1, T2, T3, T4, T5 e T6, estão listados na Figura 3.12. Entende-se por pressão máxima, a primeira carga de falha do processo de falha progressiva do revestimento compósito, e por pressão de colapso, a carga na qual ocorre o vazamento e definitiva queda da pressão interna.

Tubo	P <sub>máx</sub> (MPa)	P <sub>C</sub> (MPa)
T1 (sem reforço)	53,20	53,20
T2 (1 camada de fibra)	55,20	53,60
T3 (1 camada de fibra)	57,30	54,00
T4 (2 camadas de fibra)	62,20	55,30
T5 (2 camadas de fibra)	68,20	53,60
T6 (3 camadas de fibra)	89,40	57,00

Figura 3. 12 – Pressões de colapso para as diferentes configurações de reforço ensaiadas por ALBUQUERQUE [1].

ALBUQUERQUE apresentou em seu trabalho as curvas de pressão versus tempo obtidas no ensaio hidrostático. Os resultados apresentadas serão utilizadas para fins de validação do modelo numérico quando simulado o mesmo carregamento a que esteve sujeito o material durante o ensaio hidrostático.

A Figura 3.13 apresenta um exemplo de curva de pressão medida para o duto reforçado com 1 camada de material compósito.



Figura 3. 13 – Curva de Pressão versus Tempo medida durante o ensaio hidrostático do tubo uma camada de reforço [1].

# 4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

# 4.1 INTRODUÇÃO

Será apresentada, neste capítulo, a sistemática utilizada para o desenvolvimento de um modelo computacional para análise do comportamento mecânico de um laminado compósito a base de fibra de vidro (tipo E) e de resina vinil éster (Derakane 411-350<sup>®</sup>), da Companhia Dow Chemical Co. Serão apresentados três modelos desenvolvidos: 1 – comportamento do duto no ensaio de tração, 2 – comportamento do duto no ensaio hidrostático e 3 – duto com defeito de corrosão.

A simulação numérica dos casos 1 e 2 terá seu resultado validado a partir de resultados experimentais obtidos por ALBUQUERQUE [1]. Após validação do modelo desenvolvido, foram feitas extrapolações referentes à geometria do duto, incluindo a presença de defeitos, além de extrapolações quanto ao número de camadas. Tais extrapolações levam à confecção do terceiro modelo.

Os modelos numéricos foram desenvolvidos utilizando o software de elementos finitos ABAQUS<sup>®</sup>, que possui módulos integrados para modelagem, gerenciamento e monitoramentos das análises numéricas, bem como visualização dos resultados.

Para elaboração do trabalho foi realizado um estudo sobre os métodos matemáticos de modelagem do comportamento mecânico de materiais compósitos de matriz polimérica. Informações relevantes a esta modelagem estão apresentadas no Capítulo 2 deste trabalho.

Com intuito de validar o modelo desenvolvido, foi feito um levantamento de todos os dados apresentados por ALBUQUERQUE em seu trabalho experimental. Uma discussão quanto a estes dados foi apresentada no Capítulo 3 desta dissertação.

Na dissertação foi feito um estudo sobre o método de elementos finitos e as ferramentas existentes para modelagem de materiais compósitos. Dentre os métodos e tecnologias de modelagem de materiais compósitos disponíveis, foram escolhidos

para confecção do modelo: elementos do tipo casca de integração reduzida, critério de falha de HASHIN [16], além de diversas características do modelo que serão discutidas ao longo deste Capítulo.

O intuito desta dissertação é dispor de uma sistemática sólida e confiável para análise em elementos finitos de materiais compósitos. Portanto, ao longo deste Capítulo e dos próximos, serão discutidas as simplificações e hipóteses adotadas para o modelo e quais os motivos que determinaram sua aplicação.

### 4.2 METODOLOGIA ASPECTOS ABRANGENTES

Como já foi mencionado, o foco desta dissertação é o desenvolvimento de um modelo numérico para análise de dutos de aço reforçados com material compósito. Portanto, a metodologia a seguir conduzirá, ao final deste trabalho, a um modelo validado que permita extrapolações quanto à geometria do duto e ao número de camadas.

#### 4.2.1 Modelagem do aço AISI 1020

ALBUQUERQUE [1] realizou em seu trabalho a caracterização do aço estudado através de ensaios de tração. Os resultado obtidos foram transcritos no Capítulo 3 desta dissertação.

Dois aspectos são bastante relevantes no desenvolvimento do modelo para o aço em questão. O primeiro, é que o comportamento mecânico deste material pode ser modelado como isotrópico. O segundo aspecto é que em nenhum dos modelos propostos neste trabalho pretende-se estudar o comportamento de falha deste material. Portanto, para implementação do modelo do aço AISI 1020 foram simulados apenas seu comportamento elástico e plástico, cujas tensões atuantes não levam o material à falha.

ALBUQUERQUE [1], a partir da realização de ensaios de tração do aço AISI 1020, determinou a curva de tensão-deformação deste material. As propriedades mecânicas

do aço bem como os valores de tensão-deformação no regime plástico, obtidas a partir das curvas de tensão-deformação de ALBUQUERQUE, podem ser vistos na Tabelas 4.1 e 4.2 respectivamente.

Tabela 4. 1– Propriedades mecânicas obtidas a partir do ensaio de tração do aço AISI 1020. [1]

Propriedades	Valor
Módulo de Young - E	210 GPa
Limite de Escoamento	275 MPa
Tensão Máxima	475 MPa

Tabela 4. 2 – Valores de tensão x deformação no regime plástico obtidos a partir do ensaio de tração do aço AISI 1020. [1]

Tensão [MPa]	Deformação Plástica [%]
275	0,0
350	5,0
410	10,0
450	15,0
475	20,0

#### 4.2.2 Modelagem do material compósito

-

As propriedades do material compósito, objeto deste trabalho, foram obtidas a partir de ensaios mecânicos realizados por ALBUQUERQUE [1] em seu trabalho experimental. No entanto, algumas propriedades como módulos de cisalhamento e coeficientes de Poisson em diferentes planos e direções não foram avaliadas por ALBUQUERQUE. Nestes casos foram utilizados, na presente dissertação, os métodos da regra das misturas e métodos iterativos para definição das propriedades do laminado compósito.

Os limites físicos apresentados no item 2.3.2.1.6 foram verificados para aquelas propriedades do material obtidas através de estimativas.

#### 4.2.2.1 Determinação das Constantes Elásticas

Conforme apresentado na Tabela 2.2, para caracterizar o comportamento elástico de um compósito laminado, transversalmente isotrópico, é necessário determinar as seguintes constantes elásticas: Módulos de Elasticidade nas direções longitudinal e transversal à fibra (E<sub>1</sub> e E<sub>2</sub>); Módulo de Cisalhamento no plano 1-2 (G<sub>12</sub>); Coeficientes de Poisson nos planos 1-2 e 2-3 ( $v_{12}$  e  $v_{23}$ ).

Em seu trabalho, ALBUQUERQUE [1] determinou através de ensaio de tração as constantes elásticas  $E_1$  e  $E_2$ . Os valores obtidos para o laminado compósito a base de fibra de vidro tipo E (Tex 1100) foram transcritos na Tabela 4.3.

## Tabela 4. 3– Módulos Elásticos do laminado compósito produzido por ALBUQUERQUE [1]

	Média [GPa]	Desvio Padrão		
E <sub>1(compósito)</sub>	31,2	0,76		
E <sub>2(compósito)</sub>	9,82	1,54		
Fonte = ALBUQUERQUE [1]				

Na presente dissertação, o módulo de cisalhamento ( $G_{12}$ ) foi determinado a partir da regra das misturas, conforme equação 2.3. Os valores de  $G_{12}$  da fibra e da matriz e a fração volumétrica de fibra, utilizados para o cálculo do módulo de cisalhamento do compósito, são apresentados na Tabela 4.4.

Para determinar os valores de  $G_{12}$  da fibra e da matriz, foi utilizada a hipótese simplificadora de que ambas possuem comportamento isotrópico e que, portanto, existe dependência entre as suas constantes elásticas conforme a equação 4.1:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{4.1}$$

onde E representa o módulo de Young do material e  $\nu$  seu coeficiente de Poisson.

	Hipótese	Valor	Fonte
$\mathcal{U}_{f}$ [%]	-	0,58	ALBUQUERQUE [1]
	Fibra		
G <sub>12(fibra)</sub>	isotrópica	30	MATWEB [19]
	Matriz		
G <sub>12(matriz)</sub>	Isotrópica	3,4	MANUAL[18]
	Equação		
G <sub>12(compósito)</sub>	(2.3)	7,0	

Tabela 4. 4 – Fração volumétrica de fibra e módulos de cisalhamento

O coeficiente de Poisson ( $v_{12}$ ) foi determinado a partir da regra das misturas conforme equação 2.5. Os valores de  $v_{12}$  da fibra e da matriz e a fração volumétrica de fibra utilizados para o cálculo do módulo de cisalhamento do compósito são apresentados na Tabela 4.5.

[1]
]

Tabela 4. 5 – Fração volumétrica de fibra e coeficientes de Poisson

Para determinar as propriedades elásticas do material compósito no plano 2-3 foram avaliados dois métodos.

O primeiro método baseia-se na hipótese de que no plano 2-3 as propriedades do compósito podem ser aproximadas pelas propriedades da matriz. Já o segundo método considera aplicação da regra das misturas para obtenção das constantes elásticas.

As simplificações de ambos os métodos não se mostraram razoáveis quando comparados os resultados do modelo com os resultados experimentais. As hipóteses simplificadoras para ambos levam a distorções do modelo numérico.

Portanto, com intuito de adequar o modelo numérico ao comportamento real do material, as constantes elásticas no plano 2-3 foram ajustadas aos resultados experimentais através de método iterativo. Os valores obtidos após aplicação do método iterativo bem como os valores paras os modelos 1 e 2 podem ser vistos na Tabela 4.6. O algoritmo utilizado para desenvolvimento do método iterativo é apresentado no APÊNDICE B desta dissertação.

	Método	Valor
G <sub>23</sub> [GPa]	1 – Aproximação pela matriz	3,4
V 23	1 – Aproximação pela matriz	0,3
G <sub>23</sub> [GPa]	2 – Regra das Misturas	7,0
V 23	2 – Regra das Misturas	-0,3
G <sub>23</sub> [GPa]	3 – Método Iterativo	4,9
V 23	3 – Método Iterativo	0,0

Tabela 4. 6 – Fração volumétrica de fibra e coeficientes de Poisson

Todas as constantes elásticas consideradas para o desenvolvimento do modelo foram testadas quanto aos limites físicos apresentados no item 2.3.2.1.6.

#### 4.2.2.2 Determinação da Matriz de Rigidez

Para determinação da matriz de rigidez do compósito foi desenvolvido um programa em MATLAB®. As linhas de código do programa desenvolvido são apresentadas no Apêndice A.

Por se tratar de um material compósito reforçado com fibras contínuas e unidirecionais com todas as fibras alinhadas a um eixo de referência  $(x_1)$ , o material estudado foi modelado como um material transversalmente isotrópico.

A matriz de rigidez (S) deste material é obtida através da inversão da matriz de flexibilidade (C) apresentada na Tabela 2.3. O resultado da inversão da matriz C após

substituição das constantes de engenharia pode ser visto na equação 4.2, os valores estão expressos em Gigapascal (GPa).

$$[S] = \begin{bmatrix} 32,374 & 2,445 & 2,445 & 0 & 0 & 0 \\ 2,445 & 10,005 & 0,185 & 0 & 0 & 0 \\ 2,445 & 0,185 & 10,005 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4,91 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7,0 \end{bmatrix}$$
(4.2)

#### 4.2.2.3 Determinação dos Limites de Resistência e aplicação Critério de Falha.

O software de elementos finitos ABAQUS® dispõe de um modelo de dano proposto por Hashin [16], que possibilita prever o início do dano para materiais elásticos frágeis de comportamento anisotrópico. Este critério considera quatro tipos de mecanismos de início do dano: tração da fibra, compressão da fibra, tração da matriz, compressão da matriz.

A hipótese de falha no regime elástico, discutida no item 2.3.4.5, pode ser verificada, para o material estudado, através dos resultados experimentais obtidos por ABUQUERQUE [1]. A Figura 3.6 do Capítulo 3 mostra que o material estudado falha ainda no regime elástico.

Conforme discutido ainda no item 2.3.5.4, é necessário determinar 6 (seis) parâmetros de resistência do laminado unidirecional: resistência a tensões trativas longitudinais X<sup>T</sup>, resistência a tensões compressivas longitudinais X<sup>C</sup>, resistência a tensões trativas transversais Y<sup>T</sup>, resistência a tensões compressivas transversais Y<sup>C</sup>, resistência a tensões de cisalhamento longitudinais S<sup>L</sup>, resistência a tensões de cisalhamento transversais S<sup>T</sup>.

Os parâmetros de resistência  $X^{T} e Y^{T}$  do material estudado foram obtidos a partir dos resultados de ensaios de tração longitudinal e transversal realizados por ALBUQUERQUE [1].

Foi considerado como hipótese simplificadora que o comportamento do laminado compósito quando solicitado por tensões compressivas é igual ao comportamento sob tensões trativas. Portanto,  $X^T = X^C$ ,  $Y^T = Y^C$ . A hipótese em questão não deverá influenciar nos resultados enquanto os esforços analisados gerarem preferencialmente tensões trativas. Modelos nos quais os carregamentos levem o material à falha por compressão devem ter está hipótese verificada através de ensaios mecânicos.

O parâmetro de resistência  $S^{L}$  foi estimado através de ajuste do modelo teórico aos resultados experimentais obtidos por ALBUQUERQUE [1]. A aplicação do método de ajuste resultou em uma relação  $S^{L} = 2/3 X^{T}$ . Para o modelo de ensaio de tração avaliado  $S^{T}$  não afeta os resultados. A influência nula de  $S^{T}$ , para o modelo de ensaio de ensaio de tração, pode ser explicada pelo fato de que este parâmetro de resistência, proposto por Hashin [16], somente é considerado para o modo de falha por compressão da matriz.

Para realizar o ajuste dos parâmetros  $S^{L} e S^{T}$ , foi feita uma análise de sensibilidade do modelo. Verificou-se, portanto, que o modo de falha de tração da matriz não é função de  $S^{T}$ . No entanto, o efeito de  $S^{L}$  deve ser considerado. O gráfico 4.1, apresenta a variação do critério de falha em função de  $S^{L}$ .



Gráfico 4. 1 – Ftm x Parâmetro de resistência S<sup>L</sup>.

Nota-se que para valores de S<sup>L</sup> maiores que 20 a influência da alteração de S<sup>L</sup> passa a ser insignificante.

Para os modelos de ensaio hidrostático de tubos de aço revestido com laminado compósito, o modo de falha por compressão da matriz torna-se significativo pois surgem tensões  $\sigma_{22}$  compressivas. Para estes casos o valor de S<sup>T</sup> passa a ser significativo para o critério de falha.

O gráfico 4.2, apresenta a variação do critério de falha em função de S<sup>T</sup>.



Gráfico 4. 2 – Ftm x Parâmetro de resistência S<sup>L</sup>.

Para ambos os modelos, ensaio de tração e ensaio hidrostático, os ajustes com os resultados experimentais mostraram que os parâmetros  $S^{L} e S^{T}$  tem seus valores ideais localizados na região assíntótica dos gráficos. Tal fato trouxe uma grande simplificação ao modelo pois, ao verificar que os valores de  $S^{L} e S^{T}$  encontram-se nesta região, é possível garantir que o modelo numérico está ajustado aos resultados experimentais mesmo com variações destes parâmetros. Esta hipótese será verificada no Capítulo 5, de Resultados e Discussão.

Portanto, para efeito de cálculo foi considerado um valor arbitrário de  $S^{T}$  e o valor ajustado de  $S^{L}$  de modo que fosse assegurado o ajuste aos resultados experimentais.

Os valores utilizados dos parâmetros de resistência do material estudado são apresentados na Tabela 4.7.

	Método	Valor [MPa]
$X^{T}$	Resultado experimental	675
X <sup>C</sup>	Hipóste $X^T = X^C$	675
$\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}$	Resultado experimental	22
$\mathbf{Y}^{C}$	Hipóste $Y^T = Y^C$	22
$S^L$	Método de Ajuste	450
$\mathbf{S}^{\mathrm{T}}$	Método de Ajuste	450

Tabela 4.7 – Parâmetros de Resistência do material compósito

#### 4.2.3 Contatos, Interfaces e Configuração das Camadas

Para a elaboração do modelo foi assumida uma simplificação a respeito do tipo de contato entre as camadas. Foi considerada adesão perfeita entre as camadas de compósito bem como entre o duto e o laminado. Esta simplificação parece ser bastante razoável, tendo em vista que técnicas de jateamento e a utilização de adesivos poliméricos foram práticas utilizadas por ALBUQUERQUE [1] com intuito de obter uma boa adesão entre o duto e o laminado.

Portanto, todos os modelos foram desenvolvidos utilizando apenas uma camada de elemento finito tipo casca. Para cada modelo foi definido um tipo de empilhamento, que representa o compósito estudado. A configuração do empilhamento para cada modelo será apresentada nas suas respectivas seções.

É importante ressaltar que esta configuração utilizada possibilita, sem grandes perdas de representatividade do modelo, um ganho computacional gigantesco. O modelo mais complexo deste trabalho não leva mais de um minuto para processar. O tempo de processamento reduzido possibilitou o estudo do material em diversas configurações, permitindo executar com certa facilidade as análises de sensibilidade e as operações de ajustes aos resultados experimentais.

#### 4.2.4 Carregamentos

A partir dos resultados dos ensaios de tração e ensaios hidrostáticos realizados por ALBUQUERQUE [1], foi possível determinar as cargas a serem aplicadas ao modelo numérico desenvolvido.

No entanto, os ensaios realizados por aquele autor desconsideram alguns carregamentos a que estaria sujeito um duto reforçado com compósito no momento do lançamento no mar e no momento da operação.

Cargas de tração, flexão, pressão interna e externa, gradientes de pressão e temperatura aplicados simultaneamente resultarão em comportamento mecânico de difícil previsão analítica e de configuração experimental bastante complexa. Portanto, faz-se necessária a utilização de um modelo numérico que considere estes esforços, de modo que se possa obter uma previsão do comportamento destes materiais em operação.

Este trabalho visa uma modelagem que possa ser validada através de resultados experimentais. Portanto, não serão avaliados esforços não considerados no trabalho de ALBUQUERQUE.

# 4.3 MODELO I – ENSAIO DE TRAÇÃO

#### 4.3.1 Geometria

Nesta etapa do desenvolvimento do modelo foram identificadas as dimensões a serem utilizadas, bem como definição de planos de simetria e sistemas e coordenadas.

Planos de simetria e sistemas de coordenadas foram definidos de modo a possibilitar uma análise numérica que resulte em um menor esforço computacional e maior facilidade de análise dos resultados.

O corpo de prova de ensaio de tração utilizado por ALBUQUERQUE [1] foi modelado considerando um plano de simetria em Y-Z para X = 0. A dimensões do corpo de prova estão de acordo com a norma ASTM D3039 [20]. As dimensões padrão da norma estão transcritas na Tabela 4.8 Um croqui do corpo de prova pode ser visto na Figura 4.1.

Dimensão Descrição Símbolo [mm] 2,5 Espessura t Largura W 25 L Comprimento do CP 250 Comprimento do Tab 56 Ltab

Tabela 4.8 – Dimensões do CP conforme ASTM D3039



Figura 4. 1 - Modelo de ensaio de tração - geometria do CP

No entanto os corpos de prova de ensaio de tração utilizados por ALBUQUERQUE [1], apesar de dentro dos limites especificados na norma ASTM D3039 [20], possuíam imperfeições geométricas as quais não deveriam ser descartadas para elaboração do modelo numérico.

Utilizando as medidas tomadas por ALBUQUERQUE [1], foi possível desenvolver um modelo representativo quanto à geometria real dos corpos de prova utilizados para o ensaio de tração.

ALBUQUERQUE [1] dividiu o corpo de prova em seções, tomando suas medidas de espessura e largura. Como o modelo numérico desenvolvido possui apenas metade do comprimento do corpo de prova, foi feita uma análise estatística com intuito de verificar a representatividade da hipótese de simetria no plano Y-Z.

Não será discutido neste trabalho o método estatístico utilizado. No entanto, concluise da análise feita para todos os corpos de prova que, com 95% de confiança, a média das medidas obtidas para meio corpo de prova não é diferente da média para um corpo inteiro.

Foram selecionados, portanto, quatro corpos de prova, dois de carregamento longitudinal e dois de carregamento transversal à fibra. São estes: CP I (L), CP VIII (L), CP IV (T) e CP V (T). Foi utilizada a mesma numeração dos corpos de prova ensaiados por ALBUQUERQUE [1].

A espessura nos modelos desenvolvidos foi considerada uma variável de comportamento estocástico e, portanto, o intervalo de confiança para média foi determinado considerando a variância da população desconhecida. Os valores limites do intervalo de confiança para a média, com  $\alpha = 0,95$ , foram utilizadas como espessuras dos modelos. Os corpos de prova com a indexação "min" possuem o valor de espessura igual ao limite inferior do intervalo de confiança para a média. Os corpos de prova com a indexação "max" possuem o valor de espessura igual ao limite superior do intervalo de confiança para a média.

A Tabela 4.9 apresenta os valores de espessuras e larguras utilizadas para cada modelo. As nove seções representativas do corpo de prova real foram igualmente espaçadas no modelo, conforme pode ser visto da Figura 4.2.

Tabela 4. 9 – Val	ores de espessuras e la	arguras utilizados :	nos modelos	numéricos
	são representadas n	ove seções de cada	CP.	

Madala	Espessura	Largura	Madala	Espessura	Largura
Modelo	[mm]	[mm]	Modelo	[mm]	[mm]
	2,26	24,67		2,75	25,29
	"	24,70		"	25,27
	"	24,72		"	25,24
	"	24,71		"	25,23
CP I (L) min	"	24,79	CP IV (T) min	"	25,28
	"	24,75		"	25,22
	"	24,85		"	25,18
	"	24,93		"	25,29
	"	24,85		"	25,08
	2,33	24,67		2,87	25,29
	"	24,70		"	25,27
	"	24,72		"	25,24
	"	24,71		"	25,23
CP I (L) max	"	24,79	CP IV (T) Max	"	25,28
	"	24,75		"	25,22
	"	24,85		"	25,18
	"	24,93		"	25,29
	"	24,85		"	25,08
	2,49	24,78		2,33	25,26
	"	24,80		"	25,25
	"	24,84		"	25,26
	"	24,92		"	25,22
CP VIII (L) min	"	24,85	CP V (T) min	"	25,33
	"	24,69		"	25,26
	"	24,65		"	24,99
	"	24,71		"	24,95
	"	24,86		"	25,32
	2,57	24,78		2,60	25,26
	"	24,80		"	25,25
	"	24,84		"	25,26
	"	24,92		"	25,22
CP VIII (L) max	"	24,85	CP V (T) max	"	25,33
. ,	"	24,69		"	25,26
	"	24,65		"	24,99
	"	24,71		"	24,95
	"	24,86		"	25,32



Figura 4. 2 – Seções representativas do CP real.

#### 4.3.2 Carregamento.

A partir do gráfico de ensaio tração realizado por ALBUQUERQUE e apresentado na Figura 3.6, foi possível determinar a deformação que levou o laminado a falha. Os valores encontrados por ALBUQUERQUE estão transcritos na Tabela 4.10.

	Deformação à fratura				
Descrição	Símbolo	[%]	[mm]	Cálculo	
Carregamento	81	2 00.0%	1 380	$\partial 1 = 0.02 \times \left(\frac{L}{L} - L tab\right)$	
Longitudinal à fibra	01	2,000 /6 1,300	1,500	$(1-0,02\times (2^{-Liub}))$	
Carregamento	22	0.0000/	0.15	$\frac{\partial 2}{\partial t} = 0.0022 \times \left( \frac{L}{L_{tab}} \right)$	
Transversal à fibra	02	0,220% 0,15	0,15	$02 = 0,0022 \times \left(\frac{-}{2} - Lidb\right)$	

Tabela 4. 10 - Carregamento para Ensaio de Tração

As deformações que ocorrem na região do "*tab*" foram desconsideradas para o desenvolvimento do modelo. Portanto, o deslocamento do travessão da máquina de ensaio de tração foi simulado através da aplicação de uma condição de contorno do tipo deslocamento em toda a região do "*tab*", conforme pode ser visto na Figura 4.3. Por considerar um plano de simetria no centro do corpo de prova, uma condição de contorno do tipo simetria foi aplicada em X = 0.



Figura 4. 3 - Modelo numérico, simulação do carregamento aplicado.

Os ensaios experimentais foram realizados a baixas velocidades de deslocamento. Tal fato permitiu desconsiderar os efeitos dinâmicos dos esforços aplicados, podendo assim modelar os esforços como carregamentos quase estáticos.

## 4.3.3 Número e disposição das camadas de compósito

No item 3.2 foram apresentadas as características do corpo de prova utilizado por ALBUQUERQUE para caracterização do comportamento mecânico do laminado compósito. Foram realizados ensaios de tração longitudinal e transversal à direção da fibra, em corpos de prova contendo 5 camadas de laminado, cada um com espessura média por camada de 0,5 milímetros.

Os modelos desenvolvidos CPI(L) e CPVIII(L) foram elaborados de modo que o carregamento aplicado fosse orientado longitudinalmente às fibras Os modelos desenvolvidos CPIV(T) e CPV(T) foram elaborados de modo que o carregamento aplicado fosse orientado transversalmente às fibras. Esquemas dos corpos de prova longitudinais e transversais são apresentados nas Figuras 4.4 e 4.5, respectivamente.



Figura 4. 4 - Corpo de prova do ensaio de tração longitudinal à fibra



Figura 4. 5 - Corpo de prova do ensaio de tração transversal à fibra

Com o objetivo de verificar o comportamento do material quando solicitado a tração em direções distintas das direções longitudinal e transversal, foram desenvolvidos modelos numéricos para ensaio de tração para diferentes ângulos de orientação das fibras. Foi definido  $\phi$  como o ângulo entre a direção do carregamento e a orientação principal das fibras. Foram desenvolvidos modelos para  $\phi$  igual a 0, 15, 30, 45, 60, 75 e 90 graus.

Foi avaliado para cada ângulo o valor do deslocamento  $\varepsilon_x$  que leva o material à falha. Os resultados obtidos para os diversos ângulos foram comparados com os resultados obtidos por Hashin [16] para uma material semelhante ao estudado nesta dissertação. Os resultados encontrados serão apresentados e discutidos no Capitulo 5.

#### 4.3.4 Geração da Malha

A malha de elementos finitos foi gerada a partir do modelo desenvolvido utilizando software ABAQUS. O refino de malha foi estabelecido de modo que o mesmo não altere em mais de 2% o valor de tensão de Von Misses em MPa.

Por ser de geometria bastante simples, foi possível aplicar em todo o modelo uma malha quadrada estruturada. O elemento utilizado foi o tipo Shell, padrão, de interpolação linear com integração reduzida nomeado S4R. Tal elemento, apesar de apresentar resultados menos precisos, possibilita ganhos consideráveis de esforço computacional. [22].

As diversas camadas são definidas através do módulo "Composite Layup". A determinação das variáveis respostas ao longo da espessura é feita a partir da integração da seção do elemento a partir do método de Simpson. [8]

## 4.4 MODELO II – ENSAIO HIDROSTÁTICO

#### 4.4.1 Geometria do Duto

Para atingir o objetivo de validar a simulação do material estudado quanto à aplicação para reforço de dutos de aço, foi desenvolvido um modelo numérico de ensaio hidrostático simulando os ensaios realizados por ALBUQUERQUE.

A geometria do duto ensaiado por ALBUQUERQUE foi apresentada no item 3.3 do Capítulo 3 deste trabalho. ALBUQUERQUE, em seu trabalho, manteve apenas o registro das dimensões médias dos dutos ensaiados, fazendo referência das medições apenas ao número de camadas. Portanto, os dutos T2 e T3, e os dutos T4 e T5 não puderam ser diferenciados para elaboração dos modelos.

Os valores utilizados para confecção dos modelos numéricos são apresentadas na Tabela 4.11.

Modelo	De(t) <sup>2</sup>	Re(t) <sup>2</sup>	Rsm(t) <sup>3</sup>	Rsm(a) <sup>3</sup>	Rsm(c) <sup>3</sup>	t(t) <sup>4</sup>	t(a) 4	t(c) <sup>4</sup>
T1	41,98	20,990	19,615	19,615	0	2,75	2,75	0
T2⁵	42,77	21,385	19,615	19,22	20,99	3,54	2,75	0,79
T3⁵	42,77	21,385	19,615	19,22	20,99	3,54	2,75	0,79
T4⁵	43,49	21,745	19,615	18,86	20,99	4,26	2,75	1,51
T5⁵	43,49	21,745	19,615	18,86	20,99	4,26	2,75	1,51
Τ6	44,49	22,245	19,615	18,36	20,99	5,26	2,75	2,51

Tabela 4. 11 – Dimensões dos tubos utilizadas nos modelos de ensaio hidrostático.

NOTA 1:Todas as medidas estão em milímetros.

NOTA 2: De(t) e Re (t) - Diâmetro e raio externo do tubo respectivamente.

NOTA 3: Rsm(t), Rsm(a) e Rsm(c) – Raio na superficie média do tubo (aço + compósito), da camada de aço e da camada de compósito, respectivamente.

NOTA 4: t(t), t(a) e t(c) – espessura do tubo (aço + compósito), da camada de aço e da camada de compósito, respectivamente.

NOTA 5: As dimensões de T2 e T3 e as dimensões de T4 e T5 são rigorosamente as mesmas.

O comprimento utilizado em todos os modelos foi de 420 milímetros. A Figura 4.6 mostra um esquema da geometria do modelo T6.



Figura 4. 6 – Esquema de camadas e geometria do modelo T6

### 4.4.2 Número e disposição das camadas de reforço.

Baseado o trabalho experimental foram desenvolvidos, portanto, seis modelos de dutos de aço reforçados. O primeiro, T1, não recebeu nenhum tipo de reforço. O segundo e o terceiro, T2 e T3, receberam apenas uma camada de reforço de laminado compósito. O quarto e o quinto, T4 e T5, receberam duas camada de reforço, enquanto que o último, T6, recebeu três camadas de reforço.

Todas as camadas foram dispostas com a mesma orientação. As fibras foram alinhadas a 90° em relação ao eixo do duto.

A Tabela 4.12 apresenta a configuração de camadas utilizadas nos modelos desenvolvidos.

Modelo	Camada	Material	Espessura	Orientação	Pontos de Integração
T1	1	Aço ASTM 1020	2,75	90	3
T2;T3	1	Aço ASTM 1020	2,75	90	3
	2	Compósito	0,79	90	3
	1	Aço ASTM 1020	2,75	90	3
T4;T5	2	Compósito	0,755	90	3
	3	Compósito	0,755	90	3

Tabela 4. 12 - Configuração das Camadas do modelo hidrostático.
	1	Aço ASTM 1020	2,75	90	3
ТС	2	Compósito	0,83667	90	3
10	3	Compósito	0,83667	90	3
	4	Compósito	0,83667	90	3

#### 4.4.3 Carregamento

O carregamento aplicado aos modelos de ensaio hidrostático consiste na simples aplicação de pressões internas. Os valores implementados são os mesmos que os obtidos por ALBUQUERQUE em seu ensaio. Como no modelo real, as extremidades do tubo foram mantidas livres para se movimentarem, ou seja, sem efeito de vaso de pressão (tamponamento).

Os valores de pressão obtidos por ALBUQUERQUE foram apresentados no Capítulo 3, na Figura 3.12. Para implementação do modelo foram utilizados os valores de pressão máxima.

Após comparação dos resultados do modelo com os resultados experimentais, procedeu-se à variação dos valores de pressão de modo a determinar a pressão de falha do material compósito. Os resultados encontrados para a pressão de falha do modelo serão discutidos no Capítulo 5.

#### 4.4.4 Geração da Malha

A malha de elementos finitos foi gerada a partir do modelo desenvolvido. Os mesmos critérios de refino de malha utilizados para o modelo de ensaio de tração foram aplicados ao modelo de ensaio hidrostático.

Por ser de geometria bastante simples, foi possível aplicar em todo o modelo uma malha quadrada utilizando a técnica de varredura ou "sweep". O elemento utilizado foi o tipo "*Shell*", padrão, de interpolação linear com integração reduzida, nomeado S4R.

A Figura 4.7 apresenta a malha de elementos finitos do tipo casca gerada a partir do modelo desenvolvido.



Figura 4. 7 - Malha de elementos finitos - modelo de ensaio hidrostático.

O modelo de comportamento do material foi validado a partir da comparação dos resultados obtidos com os modelos de ensaio de tração e hidrostático, conforme é apresentado no Capítulo 5.

As diversas camadas são definidas através do módulo "Composite Layup". A determinação das variáveis respostas ao longo da espessura é feita a partir da integração da seção do elemento a partir do método de Simpson. [8]

### 4.5 MODELO III – TUBO COM DEFEITO DE CORROSÃO

Após ter os resultados validados foram desenvolvidos, aplicando-se o material estudado, modelos de revestimentos de dutos de aço com diversos tipos de defeitos de corrosão. O caso estudado é apenas uma das possíveis aplicações práticas do uso de revestimento de dutos de aço com material compósito.

Em seu trabalho, LOUREIRO [17] discute a influência da corrosão na resistência de dutos sob pressão interna. LOUREIRO considerou diversos parâmetros, geométricos e materiais, da região corroída e identificou a influência destes parâmetros na resistência do duto de aço.

Os parâmetros considerados por LOUREIRO em seu trabalho estão transcritos na Tabela 4.13.

### Tabela 4. 13 – Parâmetros geométricos e materiais analisados por LOUREIRO [17]

Parâmetro	Descrição	Valores Utilizados
Material	Material do duto	X-52, X-65, X-77
D [mm]	Diâmetro externo do duto	406,4
t [mm]	Espessura de parede do duto	6,35; 12,7; 19,05; 25,4
d/t	Profundidade do defeito	0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,7; 0,8
L/D	Comprimento longitudinal do defeito	0,5; 1; 1,5; 2
C/D	Comprimento circuferencial do defeito	0,0785; 0,1047; 0,1571

#### 4.5.1 Modelagem do duto e geometria dos defeitos.

Para o desenvolvimento dos modelos foram considerados os seguintes materiais: a) aço AISI 1020, o mesmo utilizado na implementação do modelo de ensaio hidrostático discutido no item 4.2.1 desta dissertação, e b) diversas camadas do compósito de fibra de vidro tipo E com resina vinil éster Derakane caracterizado por ALBUQUERQUE, e amplamente discutido nesta dissertação.

Dentre os valores dos parâmetros de geometria de defeito estudados por LOUREIRO[17], foram escolhidos 3 para elaboração do modelo. Cada parâmetro foi avaliado em dois níveis de modo que o resultado de um planejamento fatorial completo sugere a confecção de 8 modelos. O resumo do planejamento fatorial  $[2^n]$  pode ser visto nas Tabelas 4.14 e 4.15.

Parâmetros	Nível	Valor
D [mm]	cte	406,4
t [mm]	cte	12,7
d/t	+	0,6
0/1	-	0,4
	+	2
L/D	-	1
	+	0,1571
C/D	-	0,0785

Tabela 4. 14 – Parâmetros e níveis considerados para o desenvolvimento do modelo

#### Tabela 4. 15 – Planejamento Fatorial,

#### cruzamento dos níveis

Caso	d/t	L/D	C/D
Td1	-	-	+
Td2	-	-	-
Td3	-	+	-
Td4	-	+	+
Td5	+	-	+
Td6	+	-	-
Td7	+	+	-
Td8	+	+	+

Com intuito de simplificar o modelo desenvolvido, foi considerada a existência de um plano de simetria X-Y em z = 0. A região do defeito e o plano de simetria são apresentados na Figura 4.8.



Figura 4. 8 – Modelo Td1, duto com defeito de corrosão.

#### 4.5.2 Carregamento.

O carregamento considerado, semelhante ao trabalho de LOUREIRO, consiste apenas na aplicação de pressão interna. Os valores considerados para pressão interna foram estabelecidos da seguinte forma:

1º - foi determinada a pressão interna na qual o duto de aço com defeito atinge um nível de tensão de Von Mises igual à 95% da tensão máxima de ruptura do aço AISI 1020.

2° - foi aplicado ao modelo diversas camadas de reforço de compósito mantendo-se o mesmo nível de pressão.

3° - foram registrados os níveis de tensão nas camadas de aço e compósito e verificado o critério de falha do compósito.

O intuito desta sistemática foi o de determinar um número de camadas de compósito necessárias para garantir a integridade do duto aço com defeito de corrosão, mesmo quando aplicado um nível de pressão que levaria o duto sem reforço a uma condição

crítica de quase ruptura. Os valores de pressão aplicados a cada modelo são apresentados na Tabela 4.16.

Caso	Pressão Interna [MPa]
Td1	20,0
Td2	20,0
Td3	20,0
Td4	20,0
Td5	13,5
Td6	13,5
Td7	13,5
Td8	13,5

Tabela 4. 16 – Valores de pressão interna aplicada aos dutos com defeito de corrosão para os modelos de ensaio hidrostático desenvolvidos.

#### 4.5.3 Número e disposição das camadas de reforço.

Conforme exposto no item 4.5.2, o número de camadas e a disposição das mesmas foram determinados de modo que o defeito mais crítico considerado não levasse o duto à falha.

Foram aplicadas, portanto, 3 (três) camadas de material compósito, cada um com 5 (cinco) sub-camadas, onde cada subcamada tem 0,755 milímetros de espessura. Todas as camadas foram orientadas a 90 graus em relação ao eixo longitudinal do duto. A espessura total de compósito aplicado foi de 11,325 milímetros.

## **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

## 5.1 MODELO I – ENSAIO DE TRAÇÃO

Como já foi mencionado anteriormente, o objetivo do desenvolvimento do modelo de ensaio de tração foi o de validar o modelo numérico, confrontando os resultados do modelo com os resultados obtidos experimentalmente por ALBUQUERQUE.

As Figuras 5.1, 5.2, 5.3 e 5.4 identificam a condição de início da falha do material, onde são apresentados os resultados de tensão  $\sigma_{11}$  e a variável de saída do critério de falha de Hashin [16] para os de corpo de prova CPI(L), CPVIII(L), CPIV(T) e CPV(T) respectivamente.



Figura 5.1 - Tensão  $\sigma_{11}(S11)$  e  $F_m^t$  na condição de início da falha do corpo de prova CPI(L).



Figura 5. 2 - Tensão  $\sigma_{11}(S11)$  e  $F_m^t$  na condição de início da falha do corpo de prova CPVIII(L).



Figura 5. 3 - Tensão  $\sigma_{11}(S11)$  e  $F_m^t$  na condição de início da falha do corpo de prova CPIV (T).



Figura 5. 4 - Tensão  $\sigma_{11}(S11) \in F_m^t$  na condição de início da falha do corpo de prova CPV (T).

Os resultados de ALBUQUERQUE revelam o seguinte comportamento do material compósito: quando ensaiado a tração longitudinal à fibra, o material falha ao atingir uma tensão de aproximadamente 655 MPa, tensão esta que ocorre a uma deformação de 2,1%. E, quando ensaiado a tração transversal à fibra, o material falha ao atingir uma tensão de aproximadamente 22 MPa, tensão esta que ocorre a uma deformação de 0,22%.

A curva de tensão versus deformação obtida através do modelo numérico para o ensaio de tração longitudinal, bem como os valores experimentais apresentados por ALBUQUERQUE podem ser vistos no Gráfico 5.1.



Gráfico 5. 1 – Comparação do modelo numérico com os resultados experimentais de ensaio de tração longitudinal.

Pode-se observar pela análise do Gráfico 5.1 que o modelo numérico é bastante representativo do comportamento mecânico do material obtido experimentalmente.

O ponto vermelho no gráfico indica a condição de início da falha do material, que ocorre pelo modo de tração da matriz, conforme o critério de Hashin [16], apresentado

no item 2.3.5.4 desta dissertação. Nota-se uma diferença percentual de 5% a favor da segurança em relação à tensão de falha obtida nos ensaios experimentais. Tal diferença pode ser explicada pelo fato de que o modelo teórico indica a primeira carga de falha, enquanto que o valor experimental representa a última carga de falha do material.

A curva de tensão versus deformação obtida através do modelo numérico para o ensaio de tração transversal, bem como os valores experimentais apresentados por ALBUQUERQUE podem ser vistos no Gráfico 5.2.



Gráfico 5. 2 – Comparação do modelo numérico com os resultados experimentais de ensaio de tração transversal.

Pode-se observar pela análise do Gráfico 5.2 que o modelo numérico é bastante representativo do comportamento mecânico do material obtido experimentalmente.

O ponto vermelho no Gráfico 5.2 indica a condição de início da falha do material, que ocorre pelo modo de tração da matriz [16]. Nota-se uma diferença percentual de 7% contra a segurança em relação à tensão de falha obtida nos ensaios experimentais. Tal

diferença pode ser explicada pelo fato de que o modelo teórico não considera a existência de imperfeições na matriz, como bolhas ou falta de adesão fibra/matriz, fatores relevantes para este modo de carregamento.

Os modelos desenvolvidos para carregamentos em diferentes ângulos em relação à orientação da fibra revelam informações bastante significativas quanto ao comportamento mecânico do material. Nota-se uma degradação bastante relevante da resistência do material quanto maior o valor de  $\phi$ , ou seja, quanto mais transversal é o carregamento em relação às fibras.

Foi avaliado, para cada ângulo ( $\phi$ ), o valor da deformação  $\varepsilon_x$  que leva o material à falha. Os resultados obtidos para os diversos ângulos modelados podem ser vistos no Gráfico 5.3.



Gráfico 5.3 – Deformação [%] na qual o critério de falha é atingido para diferentes valores de  $\phi$ .

O comportamento apresentado no Gráfico 5.3 é bastante semelhante aos resultados apresentados por Hashin [16]. No entanto, por desconhecer as características do material utilizado por Hashin e devido ao fato de ALBUQUERUQE não ter realizado

ensaios em outras direções, não é possível validar os resultados para \$\$ diferente de 0 ou 90 graus.

Os resultados obtidos nesta dissertação, para o comportamento do material compósito quando solicitado em direções distintas às direções longitudinais e transversais, será baseado, portanto, apenas no modelo numérico desenvolvido. Este fato foi considerado no momento da modelagem do material de revestimento dos dutos de aço, para os modelos de ensaio hidrostático de dutos íntegros e com defeito de corrosão, assunto que será discutido nos itens a seguir.

### 5.2 MODELO II – ENSAIO HIDROSTÁTICO

O objetivo do desenvolvimento do modelo de ensaio de hidrostático, como já mencionado, foi o de validar o modelo numérico, confrontando os resultados do modelo com os resultados obtidos experimentalmente por ALBUQUERQUE. A validação neste caso deu-se pela comparação dos valores de pressão máxima, obtidos por ALBUQUERQUE, com os valores de pressão de falha, identificados a partir da aplicação do critério de falha de Hashin [16].

As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 identificam a condição de início da falha do material, onde são apresentados resultados para os modelos T2, T4 e T6, respectivamente. As seguintes variáveis foram consideradas na análise dos resultados dos modelos de ensaio hidrostático: a) tensão  $\sigma_{11}$  (tensão circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento compósito, b) variável resposta do critério de falha de Hashin [16], avaliado na camada mais externa do revestimento compósito c) tensão de Von Mises  $\sigma_{VM}$  na superfície do duto de aço.

Para fins de melhor visualização do modelo, foi feito um corte transversal ao eixo longitudinal do duto, de modo que, na figuras 5.5, 5.6 e 5.7 é possível visualizar apenas meio tubo.



Figura 5. 5 – Modelo T2 (Pressão 53,5 N/mm2): a) tensão  $\sigma_{11}$  (tensão circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento compósito (ply-2, TOP), b)  $F_m^t$  na condição de início da falha do duto avaliado na camada mais externa do revestimento compósito, c) tensão de Von Mises  $\sigma_{VM}$  na superfície do duto de aço (ply-1, TOP).



Figura 5. 6 – Modelo T4 (Pressão 65,6 N/mm2): a) tensão  $\sigma_{11}$  (tensão circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento compósito (ply-3, TOP), b)  $F_m^t$  na condição de início da falha do duto avaliado na camada mais externa do revestimento compósito, c) tensão de Von Mises  $\sigma_{VM}$  na superfície do duto de aço (ply-1, TOP).



Figura 5. 7 – Modelo T6 (Pressão 83,9 N/mm2): a) tensão  $\sigma_{11}$  (tensão circunferencial) avaliada na camada mais externa do revestimento compósito (ply-4, TOP), b)  $F_m^t$  na condição de início da falha do duto avaliado na camada mais externa do revestimento compósito, c) tensão de Von Mises  $\sigma_{VM}$  na superfície do duto de aço (ply-1, TOP).

Conforme apresentado no item 4.4.2, as características construtivas dos modelos T2 e T3, bem como as dos modelos T4 e T5 são idênticas, portanto, os resultados numéricos serão também iguais. Por esta razão, somente serão apresentados os resultados de um modelo representante de cada configuração.

Foi considerado como critério de falha para os resultados experimentais o valor de pressão máxima obtidos por ALBUQUERQUE. Para os modelos numéricos foi utilizado o critério de Hashin [16] para determinação da Primeira Carga de Falha.

Os resultados de pressão de falha obtidos através dos modelos numéricos apresentaram-se bastante aderentes aos resultados experimentais de ALBUQUERQUE, conforme é apresentado no Gráfico 5.4.



Gráfico 5. 4 – Comparação do modelo numérico com os resultados experimentais de ensaio hidrostático.

Apesar dos resultados experimentais apresentarem um elevado nível de dispersão, foi possível observar que os resultados numéricos encontram-se dentro da faixa de dispersão dos resultados experimentais.

Quanto à aplicação do material estudado como reforço de dutos de aço, a análise dos resultados obtidos, tanto experimentalmente quanto pelo modelo numérico, mostra um considerável aumento da pressão de falha conforme aumenta-se a espessura do reforço.

O modelo numérico sugere um ganho de aproximadamente 17,5 MPa de pressão para cada milímetro de espessura de compósito adicionado ao reforço. Apesar de não fazer parte do objetivo deste trabalho, deve-se ressaltar que, quando sujeito a exposição prolongada a ambientes úmidos, o material estudado tem suas propriedades mecânicas bastante afetadas [1]. Portanto, os resultados apresentados nesta dissertação restringem-se ao material não submetido a exposições prolongadas de intempéries ou contatos com fluidos, como a água.

## 5.3 MODELO III – TUBO COM DEFEITO DE CORROSÃO

Após validar os resultados obtidos com os modelos numéricos desenvolvidos, algumas extrapolações do modelo foram feitas. Foram avaliados, através dos métodos propostos nesta dissertação, casos práticos de dutos de aço sujeitos a pressão interna e com defeitos do tipo perda de espessura por corrosão não uniforme.

LOUREIRO [17] em seu trabalho, parametrizou características geométricas dos defeitos de corrosão em dutos de aço, de modo a avaliar o comportamento mecânico destes dutos quando sujeitos a pressões internas.

No presente trabalho foram modelados dutos de aço com diversos tipos de defeito de corrosão propostos por LOUREIRO[17]. No entanto, a estes dutos, foram aplicadas camadas de material compósito suficientes para garantir a integridade do duto, mesmo na presença de defeitos de corrosão.

Devido à presença do defeito no duto de aço, foi verificado que o comportamento das tensões ao longo da espessura varia em função da região na qual a tensão está sendo avaliada. Utilizando como exemplo o modelo Td1 da Tabela 4.15 do item 4.5.2, foi

verificado o comportamento da tensão circunferencial  $\sigma_{11}$  ao longo do espessura do duto de aço e do revestimento compósito. Os Gráficos 5.5, 5.6 e 5.7 mostram a variação da tensão  $\sigma_{11}$  em função da espessura para região do defeito, próxima ao defeito e distante do defeito, respectivamente. Nos Gráficos 5.5, 5.6 e 5.7, a superfície interna é determinado pelo valor de espessura igual a 0, e a superfície externa é determinado pelo valor de espessura igual a 20 milímetros.



Gráfico 5.5 – Tensão  $\sigma_{11}$  avaliada na região com defeito modelo Td1.



Gráfico 5.6 – Tensão  $\sigma_{11}$  avaliada na região próxima ao defeito modelo Td1.



Gráfico 5. 7 – Tensão  $\sigma_{11}$  avaliada na região distante do defeito modelo Td1

Nota-se pelo Gráfico 5.5 que na região do defeito a tensão  $\sigma_{11}$  é maior na superfície interna, diminuindo ao longo da espessura. Este efeito pode ser explicado pelo fato de que na região do defeito, na medida que a espessura da parede do duto de aço é menor, maior será a deformação nesta região, implicando em uma maior solicitação ao reforço. Ao longo da espessura do reforço o efeito da deformação da camada interna do aço diminui, reduzindo, portanto, as tensões nas camadas mais externas do compósito.

Nos gráficos 5.5, 5.6 e 5.7, nota-se uma acentuada queda da tensão na interface açocompósito. Comparando-se os resultados obtidos nestes gráficos é possível perceber que os níveis de tensão, tanto para o laminado quanto para o duto de aço, são maiores na região com defeito.

As análises do modelo procederam, portanto, na região com defeito. Foram consideradas as condições de tensão e critério de falha na superfície interna do laminado compósito, e o nível de tensão e deformação na linha média do duto de aço.

Os resultados obtidos para cada modelo discutido no item 4.5.2 estão resumidos na Tabela 5.1.

		Aço – Linha media <sup>(1)</sup>		Compósito – Camada interna <sup>(1)</sup>	
	Reforço <sup>(2)</sup>	σ <sub>vm</sub> [MPa]	PEEQ <sup>(3)</sup>	σ <sub>11</sub> [MPa]	Falha? <sup>(4)</sup>
Tat	Não	454	15,9%		
Tur	Sim	290	1,05%	253	Não
THO	Não	456	16,4%		
102	Sim	295	1,35%	300	Não
TAO	Não	458	16,6%		
103	Sim	296	1,40%	309	Não
Td4	Não	456	16,1%		
104	Sim	291	1,11%	261	Não
TdF	Não	450	15,2%		
105	Sim	282	0,52%	159	Não
THE	Não	453	15,7%		
106	Sim	285	0,69%	191	Não
Td7	Não	454	15,8%		
	Sim	285	0,72%	197	Não
Td8	Não	453	15,8%		

Tabela 5.1 – Resultados dos modelos de dutos com defeito

	Sim	283	0,55%	165	Não		
NOTA 1: Todas as variáveis foram avaliadas na região do defeito. As pressões aplicadas para cada modelo estão descritas na Tabela 4.16.							
NOTA 2: Se Não: Modelo do duto com defeito sem aplicação da camada de reforço; Se Sim: Modelo do duto com defeito com aplicação 15 camadas de reforço, cada uma com 0,755 milímetros							
de espessura.							
NOTA 3: PEEQ = Deformação Plástica Equivalente							
NOTA 4: Indicação se houve falha no laminado pelo critério de Hashin							

No Apêndice C são apresentadas as telas obtidas através do módulo de visualização do Abaqus® para os modelos descritos na Tabela 5.1.

Conforme exposto no item 4.5, os resultados, listados na Tabela 5.1 e apresentados no Apêndice A, foram obtidos paras os valores de pressão descritos na Tabela 4.16 e para o número e disposição das camadas de reforço conforme descritos no item 4.5.3.

Os resultados encontrados revelam que a aplicação de um revestimento de compósito, a base de fibra de vidro (Tipo E) e matriz polimérica (vinil éster Derakane 411-350<sup>®</sup>), como camada de reforço para dutos de aço com defeitos típicos de corrosão[AA] produz bons resultados. A integridade do duto é garantida à medida que a aplicação do revestimento mantém os valores de tensão no duto de aço em níveis aceitáveis. A configuração do reforço, proposta no item 4.5.3, reduz em aproximadamente 10 vezes as deformações plásticas equivalente que ocorrem na região do defeito.

## 6 CONCLUSÃO

Apesar de terem sido utilizadas hipóteses simplificadoras bastante significativas, foi possível validar o modelo numérico desenvolvido para simulação do comportamento mecânico do material compósito estudado por ALBUQUERQUE, através dos resultados experimentais obtidos por ela.

Foi desenvolvido um modelo computacional para análise mecânica de um duto de aço reforçado com material compósito. O duto de aço AISI 1020 contendo de uma a três camadas de reforço de material compósito a base de fibra de vidro do tipo E, inserida em uma matriz a base de resina vinil éster Derakane 411-350<sup>®</sup> da Companhia Dow Chemical Co, foi modelado de modo satisfatório conforme pode ser observado através dos resultados da validação apresentados no Capítulo 5.

Foram feitas extrapolações quanto a características geométricas e de carregamento a partir dos modelos validados. Tal fato possibilitou a avaliação do comportamento do material compósito para uma aplicação como reforço de dutos de aço com presença de perda de espessura por defeito de corrosão.

#### 6.1 MODELAGEM DO MATERIAL COMPÓSITO

O modelo desenvolvido para o material compósito estudado por ALBUQUERQUE teve seus aspectos discutidos nos Capítulos 4 e 5. Em virtude da carência de informações quanto ao material estudado por ALBUQUERQUE, foram levantadas hipóteses quanto à suas propriedades, aplicando-se teorias como regra das misturas, dentre outras, para avaliação das propriedades mecânicas deste material.

Apesar de estimadas algumas propriedades, os limites físicos apresentados no item 2.3.2.1.6 foram verificados de modo que nenhuma dos valores estimados incorreu em inconsistências físicas.

Através da elaboração de um modelo de ensaio de tração foi possível validar o modelo desenvolvido para simulação do comportamento mecânico do material compósito.

Uma análise estatística, da geometria do corpo de prova de ensaio de tração, permitiu o desenvolvimento de um modelo representativo do corpo de prova de tração, real, utilizado por ALBUQUERQUE. Com 95% de confiança, é possível afirmar que a média dos valores utilizados para elaboração do modelo não é diferente da média dos valores geométricos dos corpos de prova reais.

Os resultados obtidos numericamente foram comparados com os resultados experimentais obtidos por ALBUQUERQUE, ambos foram apresentados no Capítulo 5 desta dissertação. Para os resultados obtidos no ensaio de tração longitudinal o erro padrão foi de 1,38, enquanto que para os resultados obtidos no ensaio de tração transversal o erro padrão foi de apenas 0,04. Tais valores demonstram uma excelente adesão do modelo aos resultados experimentais.

## 6.2 MODELAGEM DO DUTO DE AÇO REFORÇADO COM MATERIAL COMPÓSITO

O modelo matemático desenvolvido para o material compósito foi associado à modelagem de um duto de aço ensaiado a pressão interna. Foram simuladas de uma a três camadas de reforço de material compósito.

Os resultados obtidos através dos modelos numéricos apresentaram-se bastante aderentes aos resultados experimentais de ALBUQUERQUE, conforme foi apresentado no CAPÍTULO 5.

O modelo numérico sugere um ganho de aproximadamente 17,5 MPa de pressão para cada milímetro de espessura de compósito adicionado ao reforço. O material compósito apresenta-se, portanto, como uma alternativa mecanicamente viável para aplicação como reforço de dutos de aço de grau API baixos. No entanto, deve-se

ressaltar que o material compósito analisado não foi exposto a intempéries, fato que implica em perda das propriedades mecânicas deste material [1].

## 6.3 MODELAGEM DO DUTO DE AÇO COM DEFEITO DE CORROSÃO

Foi desenvolvido um modelo numérico com intuito de ratificar a aplicação do material estudado como reforço de dutos de aço sujeitos a pressão interna. Dentre as diversas aplicações práticas possíveis, foi escolhido avaliar numericamente o comportamento mecânico de dutos de aço que apresentam defeitos de perda de espessura não uniforme por efeito de corrosão. Para desenvolvimento do modelo em questão foi utilizado como referência o trabalho de LOUREIRO [17].

A partir do modelo desenvolvido foi possível determinar o número de camadas de compósito necessárias para garantir a integridade do duto aço com defeito de corrosão, mesmo quando aplicado um nível de pressão interna que levaria o duto sem reforço a uma condição crítica de quase ruptura.

Pode-se verificar que, com aplicação do reforço de compósito, conforme configuração proposta no item 4.5.3, foi possível obter, na região do defeito, uma redução de aproximadamente 10 vezes no valor de deformação plástica equivalente.

Concluiu-se que com apenas 11,5 milímetros de espessura de reforço de compósito é possível garantir a integridade do duto de aço mesmo quando na presença de um defeito de corrosão com os seguintes parâmetros geométricos:  $d/t \le a 0,6$ ,  $L/D \le 2$  e  $C/D \le 0,1571$ .

### 7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 7.1 CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL

Ao longo dos capítulos desta dissertação foram apresentadas diversas hipóteses quanto às propriedades mecânicas do material compósito estudado. Faz-se necessário um estudo experimental que permita verificar as hipóteses discutidas.

Um trabalho futuro de caracterização do material compósito deverá determinar experimentalmente as seguintes propriedades: módulos de cisalhamento ( $G_{12}$ ,  $G_{23}$ ), coeficientes de Poisson ( $\nu_{12}$ ,  $\nu_{23}$ ) e os parâmetros de resistência  $S^L$ ,  $S^T$ .

Os resultados experimentais, obtidos a partir de uma caracterização completa do compósito estudado, deverão sustentar, ou negar, as seguintes hipóteses: a) O módulo de cisalhamento (G<sub>12</sub>) e o coeficiente de Poisson ( $v_{12}$ ) podem ser estimados a partir da regra das misturas. b) o comportamento do laminado compósito quando solicitado por tensões compressivas é igual ao comportamento sob tensões trativas ( $X^T = X^C$ ;  $Y^T = Y^C$ ).

Além de verificar a legitimidade das hipóteses, o trabalho experimental de caracterização do compósito deverá verificar se o método iterativo utilizado para determinar as propriedades,  $G_{23}$ ,  $v_{23}$ ,  $S^L$ ,  $S^T$ , foi realmente eficaz.

### 7.2 CARREGAMENTO EM DIREÇÕES NÃO PRINCIPAIS.

A técnica de enrolamento filamentar, utilizada na fabricação de compósitos laminados, para reforço de dutos, permite a disposição das fibras em diferentes orientações. No entanto, esta dissertação somente considerou a disposição das fibras perpendiculares ao eixo longitudinal do tubo.

Como mencionado no Capítulo 3, ALBUQUERQUE caracterizou o compósito apenas nas direções principais. Portanto, resultados obtidos numericamente para outras direções de carregamento não poderiam ser validados através de comparação com os resultados experimentais. Fato este que levou ao desenvolvimento de modelos que utilizam um único modo de orientação das fibras.

Um trabalho futuro que objetive a caracterização do comportamento mecânico do laminado compósito em diversas orientações permitiria o desenvolvimento de modelos mais elaborados, e um conseqüente estudo mais amplo das possíveis aplicações do material em questão.

## 7.3 EXTRAPOLAÇÃO QUANTO AO TIPO DE CARREGAMENTO.

Nesta dissertação foram utilizados os mesmos carregamentos considerados para os ensaios realizados por ALBUQUERQUE [1] e LOUREIRO [17]. As cargas e deformações aplicadas, nos ensaios de tração e hidrostático, foram reproduzidas na íntegra, com intuito de se poder validar os resultados do modelo numérico.

No entanto, os ensaios realizados por ALBUQUERQUE desconsideram alguns carregamentos a que estaria sujeito um duto reforçado com compósito quando utilizado como *riser* e aplicações *offshore*.

Cargas de tração, flexão, pressão interna e externa, gradientes de pressão e temperatura aplicados simultaneamente resultarão em comportamento mecânico de difícil previsão analítica e de configuração experimental bastante complexa. Portanto, faz-se necessária a utilização de um modelo numérico que considere estes esforços, de modo que se possa obter uma previsão do comportamento destes materiais em operação.

Deste modo, um trabalho futuro deverá desenvolver um modelo que contemple os carregamentos citados, de modo que se possa estudar o comportamento destes materiais em condições próximas a de operação.

### 7.4 VIABILIDADE ECONÔMICA.

Os estudos desenvolvidos nesta dissertação não contemplam os aspectos econômicos da implantação de laminados compósitos como reforço de dutos de aço. Os resultados encontrados revelam que a aplicação do reforço é tecnicamente viável. No entanto, fatores econômicos e limites tecnológicos deverão ser avaliados em trabalhos futuros.

## 8 REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICA

- ALBUQUERQUE, R. J., Desenvolvimento de Material Compósito para Reforço de Dutos de Aço, Tese de M.Sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.
- [2] OLIVEIRA, S. C., Estudo Numérico Experimental de Dutos Metal-Compósito sob Carregamento de Pressão Hidrostática, Tese de D.Sc, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005
- [3] SILVA TELLES, P. C., BARROS, D.G.P., Tabelas e Gráficos para Projetos de Tubulações, 6<sup>a</sup> ed. Interciência 1998.
- [4] CHAWLA, K. K., Composite Materials Science and Engineering, 2 ed. New York, Springer-Verlag, 1998.
- [5] KOLLÁR, L. P., SPRINGER, G. S., Mechanics of Composite Structures, ed. Cambridge University Press, New York, USA, 2003.
- [6] OCHOA, O. O., REDDY, J. N., *Finite Element Analysis of Composite Laminates*, ed. Kluwer Academic Publishers, London, 1994.
- [7] KIM J.K., MAI, Y.W., Engineered Interfaces in Fiber Reinforced Composites, 1<sup>a</sup> ed, Elsevier Science ltd, 1998.
- [8] ANONYMOUS, Abaqus / Standard User's Manual, v. 01-03, version 6.3, USA, 2004.
- [9] Rade, D.A., "Introdução ao Método de Elementos Finitos", 2003
- [10] BARKANOV, E "Introduction to the Finite Element Method", Faculty of Civil Engineering, Riga Techinical University, 2001

- [11] Gonçalves, R. e Oliveira, J. C. "Material didático do Curso de Formação de Engenheiro de Equipamentos" – Petrobras, Ago 2005
- [12] MALVER, L. E., Introduction to the Mechanics of a Continuos Medium.Prentice-Hall, Englewood Chiffs, New Jersey, 1969, p 292.
- [13] KREYSZIG, E., Advanced Engineering Mathematics, 7<sup>th</sup> Edition. John Wiley & Sons, New York, 1953, p 407.
- [14] KRAUS, H., Thin Elastic Shells, John Wiley & Sns Inc., 1967.
- [15] NETO, F. L., Comportamento Mecânico de Dutos Metálicos Reparados com Materiais Compósitos, Tese de M.Sc, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, 2006.
- [16] HASHIN, Z., "Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites," Journal of Applied Mechanics, vol. 47, pp. 329–334, 1980.
- [17] LOUREIRO, J. F., Influência da Corrosão na Resistência Limite de Dutos Sob Pressão Interna, Tese de M. SC, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2001.
- [18] DOW PLASTICOS, 1997, "Manual de Ingeniería y Resistencia Química"
- [19] Consulta ao sítio <u>www.matweb.com/search/PropertySearch.aspx</u> em Jan, 2007.Fontes do sítio:

[19.1] Advanced Thermoset Composites - Industrial and Commercial Applications, James
M. Margolis, Van Nostrand Reinhold Co., NY, (1986) [19.2] Analysis and Performance of
Fiber Composites, 2nd ed., Bhagwan D. Agarwal and Lawrence J. Broutman, John Wiley &
Sons, Inc., NY, (1990)

[19.3] ASM Engineered Materials Reference Book, Second Edition, Michael Bauccio, Ed. ASM International, Materials Park, OH, 1994.

[19.4] **Carbon Fiber Composites**, Deborah D. L. Chung, Butterwoth-Heinemann, Boston, MA, (1994)

- [20] ASTM D 3039M-95, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, 2006
- [21] ASTM E 8M-99, "Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials",
- [22] ANONIMOUS "Introdution to Abaqus", Curso de Introdução ao Abaqus -Smarttech, 2007
- [23] THOMAZI, C. T. (2006). Comportamento mecânico de dutos metálicos reparados com materiais compósitos. Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos, Publicação ENM.DM-04A/06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 135p.
- [24] BANNISER, M. "Challenges for composites into de next millennium a reinforcement perspective" Composite, Part A 32 pp 901-910, 2001
- [25] YANN, R. et al. "Anisotropy of hygrothermal damage in fiber/polymer composites: Effective elasticity measures and estimates" Mechanics of Materials, 38 pp 1143–1158, 2006
- [26] GEORGE, Z. e Park, T. "Local and Interfacial Damage Analysis of Metal Matrix Composites Using Finite Elements Method" Engineering Fracture Mechanics, Vol. 56, No. 4, pp. 483-511, 1997
- [27] Mc Cartney, L.N. e Kelly, A. "Effective thermal and elastic properties of [+φ/-φ]s laminates", Composites Science and Technology, 2006
- [28] Zhang, Y. X. e Yang, C. H. "A family of simple and robust finite elements for linear and geometrically nonlinear analysis of laminated composite plates"
   Composite Structures 75 pp 545–552, 2006

- [29] Paepegem, W. et al "Modelling the nonlinear shear stress-strain response of glass fibre-reinforced composites. Part I: Eperimental results", Composites Science and Technology 66 pp 1455–1464, 2006
- [30] Mertins, H. e Lahann, H. "Orientation dependet tensile deformation behaviour of two-phase laminate composites: model analysis and finite element results" Acta mater. Vol. 44, No. 3, pp. 977-989, 1996

# **APÊNDICE A**

### Cálculo da Matriz de Rigidez

Linhas de código para Matlab R12®

%Arquivo 1 – propeng\_tiso %Define constante de engenharia E1 =  $31.2*10^{9}$ ; E2 =  $9.82*10^{9}$ ; E3 = E2; %dependente G12 =  $7.0*10^{9}$ ; G13 = G12; %dependente v12 = 0.24; v13 = v12; %dependente v23 = 0.0; G23 =  $4.9*10^{9}$ ; %dependente

%Arquivo 2 – invertematriz %Define função para inversão da matriz function minv = invertematriz(m); % inverte matriz minv = inv(m);

%Arquivo 3 – Ctiso %Define matriz de flexibilidade (C) C11 = 1/E1; C12 = -v12/E1; C13 = -v13/E1; C21 = -v12/E1; C22 = 1/E2; C23 = -v23/E2; C31 = -v13/E1; C32 = -v23/E2; C33 = 1/E3; C44 = 1/G23; C55 = 1/G13; C66 = 1/G12;

C = [C11 C12 C13 0 0 0; C21 C22 C23 0 0 0; C31 C32 C33 0 0 0; 0 0 0 C44 0 0; 0 0 0 0 C55 0; 0 0 0 0 0 C66]

%COMMAND Window %Chamada dos arquivos e funções

>> propeng\_tiso %chama arquivo 1 >> Ctiso %chama arquivo 2 C =

1.0e-009 \*

0.0321	-0.0077	-0.0077	0	0	0
-0.0077	0.1018	0	0	0	0
-0.0077	0	0.1018	0	0	0
0	0	0	0.2037	0	0
0	0	0	0	0.1429	0
0	0	0	0	0	0.1429

>> S = invertematriz (C) %define S igual resposta da função invertematriz

S =

1.0e+010 \*

3.2374	0.2445	0.2445	0	0	0
0.2445	1.0005	0.0185	0	0	0
0.2445	0.0185	1.0005	0	0	0
0	0	0	0.4910	0	0
0	0	0	0	0.7000	0
0	0	0	0	0	0.7000
## **APÊNDICE B**

## ALGORITMO

Método iterativo

//Inicializa variáveis -----// s1,s2, s3, t23, t13, t12 (tensões) //e1, e2, e3, y23, y13, y12 (deformações) setar E1, E2, E3, G12, G23, v12, v13, v23 como float; // propriedades elásticas do compósito setar defmax\_exp; //vetor deformação experimental máxima constante setar defmax\_num; //vetor deformação numérica máxima setar C[6x6]; // matriz de flexibilidade setar n = 0 como inteiro; //contador v23min = -1; //limites físicos v23max = 0,96; //limites físicos v23 = (v23max + v23min)/2 //Poisson inicial //Dependência das propriedades ------E3 = E2;G23 = E2/[2\*(1+v23)];v13 = v12;//Define carregamento inicial-----setar s2 != 0; (setar tensão inicial 10% abaixo do valor experimental) //Rotina -----Enquanto ( $|defmax| exp - defmax| num| > 0.05^* defmax| exp)$  ou (n<=20) { Gerar matriz C[6x6] Cálculo defmax\_num //condição crítica avaliada conforme critério de falha Hashin Se (defmax\_exp > defmax\_num)  $\{v23min = v23;$ v23 = (v23max + v23min)/2;E SE (defmax\_exp < defmax\_num)  $\{v23max = v23;$ v23 = (v23max + v23min)/2;n = n + 1;}

SE (ldefmax\_exp - defmax\_numl < 0,05\* defmax\_exp) { Retornar v23} E SE (defmax\_exp - defmax\_numl > 0,05\* defmax\_exp) {ERRO = "Redefinir parâmetros" }

```
//Função cálculo da deformação máxima -----
Cálculo defmax_num ()
    {
        aumentar valor de s2 até Hashin = 1;
        retorna (defmax_num);
    }
```

## **APÊNDICE C**

## Resultados Obtidos Modelos de Defeito de Corrosão

Telas extraídas do software Abaqus®



(c) Modelo Td1: Com reforço; Linha Média; Aço



(e) Modelo Td1: Com reforço; Superfície Interna; Compósito



(b) Modelo Td1: Sem reforço; Linha Média; Aço



(d) Modelo Td1: Com reforço; Linha Média; Aço



(f) Modelo Td1: Com reforço; Superfície Interna; Compósito















