



## OTIMIZAÇÃO DE DUTOS COMPÓSITOS PARA APLICAÇÃO COMO RISERS

Rafael de Azevedo Cidade

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Metalúrgica e de Materiais, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Metalúrgica e de Materiais.

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Argimiro Resende Secchi

Rio de Janeiro

Maio de 2013

# OTIMIZAÇÃO DE DUTOS COMPÓSITOS PARA APLICAÇÃO COMO RISERS

Rafael de Azevedo Cidade

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS.

Examinada por:

---

Prof. Fernando Luiz Bastian, Ph.D.

---

Prof. Argimiro Resende Secchi, D.Sc.

---

Prof. Evaristo Chalbaud Biscaia Jr., D.Sc.

---

Prof. Enrique Mariano Castrodeza, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 2013

Cidade, Rafael de Azevedo

Otimização de Dutos Compósitos Para Aplicação Como Risers / Rafael de Azevedo Cidade. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

VIII, 50 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Argimiro Resende Secchi

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 47-50.

1. Materiais compósitos. 2. Risers. 3. Otimização. I. Bastian, Fernando Luiz *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais. III. Título.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## OTIMIZAÇÃO DE DUTOS COMPÓSITOS PARA APLICAÇÃO COMO RISERS

Rafael de Azevedo Cidade

Maio/2013

Orientadores: Fernando Luiz Bastian

Argimiro Resende Secchi

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

O interesse pelos materiais compósitos na produção offshore de petróleo e gás tem como motivação suas vantagens em relação aos materiais metálicos como alta inércia química e elevada resistência mecânica específica. Portanto, na medida em que cresce a demanda por estes materiais, aumentam também as necessidades por caracterização e modelagem mecânica de estruturas compósitas. Este estudo apresenta uma estratégia para a otimização de dutos compósitos para aplicação como risers rígidos baseado na teoria clássica dos laminados e em métodos determinísticos de otimização, visando a minimização do custo e do peso. Os resultados obtidos indicam que a utilização da falha de primeira camada como restrição de resistência limita o uso de laminados híbridos, por conta da diferença entre as deformações de falha dos materiais constituintes. Adicionalmente, observou-se que a divisão do duto ao longo da profundidade representou uma melhora simultânea no custo e no peso, evitando o superdimensionamento da estrutura.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## OPTIMIZATION OF COMPOSITE PIPES FOR USE AS RISERS

Rafael de Azevedo Cidade

May/2013

Advisors: Fernando Luiz Bastian

Argimiro Resende Secchi

Department: Metalurgical and Materials Engineering

The use of composite materials in the offshore oil and gas production presents its advantages over traditional metallic materials, among others, by their high chemical inertia and specific strength. Therefore, the growing demand for these materials puts in evidence the necessity of mechanical modeling and the characterization of composite structures. Present dissertation analyses strategies for optimizing composite pipes, for use as rigid risers, based on the classical laminate plate theory and deterministic optimization methods. The obtained results show that the use of first ply failure as a strength constraint prevents the use of hybrid configurations because of the difference in the failure strains of the materials. In addition, it was noticed that the sectioning of the tube along sea depth presented simultaneous improvements in weight and cost reduction, avoiding oversizing of structures.

# Sumário

<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>vii</b>
<b>1. Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Objetivo .....</b>	<b>2</b>
<b>3. Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>3</b>
3.1. Materiais Compósitos .....	3
3.2. Compósitos na Indústria do Petróleo.....	3
Aplicação em <i>Risers</i> .....	5
3.3. Mecânica de Materiais Compósitos .....	5
Mecânica de Lâminas Unidirecionais .....	6
Análise de Laminados.....	8
Critérios de Falha .....	12
3.4. Estruturas Hiperestáticas .....	15
3.5. Otimização.....	16
Problemas de Otimização .....	16
Métodos de Otimização .....	18
Otimização de Materiais Compósitos .....	19
<b>4. Metodologia.....</b>	<b>23</b>
4.1. Modelo Mecânico .....	23
4.2. Estratégia e Simplificações.....	26
<b>5. Resultados e Discussões .....</b>	<b>32</b>
5.1. Efeito da divisão em seções .....	33
5.2. <i>Riser</i> com uma seção.....	34
5.3. <i>Riser</i> com duas seções.....	35
5.4. <i>Riser</i> com quatro seções .....	36
5.5. <i>Riser</i> com oito seções.....	38
5.6. Soluções dominadas.....	41
<b>6. Conclusões.....</b>	<b>44</b>
<b>7. Sugestões Para Trabalhos Futuros .....</b>	<b>46</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>47</b>

# Lista de Figuras

Figura 3.1 Número esperado de novos poços com <i>risers</i> de produção compósitos no Golfo do México entre 2013 e 2026.....	4
Figura 3.2 Quantidade de fibra de carbono em diferentes componentes de uma plataforma.....	4
Figura 3.3 Etapas do projeto de uma estrutura de laminados compósitos.....	6
Figura 3.4 Sistemas de coordenadas local e global .....	7
Figura 3.5 Teorias de análise de laminados compósitos .....	8
Figura 3.6 Configurações original (—) e deformada (---) de uma lamina (plano x-z).....	9
Figura 3.7 Sistema de forças e momentos aplicados à placa.....	10
Figura 3.8 Disposição das $n$ camadas de um laminado. ....	11
Figura 3.9 Procedimento para o cálculo das tensões em cada lamina. ....	12
Figura 3.10 Envelope de falha de máxima tensão. ....	13
Figura 3.11 Envelope de falha de máxima deformação. ....	14
Figura 3.12 Envelope de falha de Tsai-Wu .....	14
Figura 3.13 Barra com carregamento axial. ....	15
Figura 3.14 Barra sem uma das restrições.....	15
Figura 3.15 Barra submetida à reação antes desconsiderada.....	15
Figura 3.16 Métodos de otimização determinísticos e suas aplicações.....	18
Figura 4.1 Etapas da análise estrutural. ....	23
Figura 4.2 Peso aparente em cada seção do tubo. ....	24
Figura 4.3 Distribuição de carregamentos (a) axial e (b) circunferencial. ....	24
Figura 4.4 Variáveis de um problema de otimização de materiais compósitos. ....	26
Figura 4.5 Soluções encontradas para os dutos híbridos. ....	28
Figura 4.6 Gráfico tensão-deformação dos materiais utilizados. ....	29
Figura 4.7 (a) Razão de carregamento ao longo da profundidade e (b) ângulo ótimo de enrolamento para diferentes razões de carregamento.....	30
Figura 5.1 Desenho esquemático de uma configuração contendo duas seções de fibras de vidro e duas seções de fibras de carbono.....	32
Figura 5.2 Deslocamento do conjunto de Pareto em função do número de seções.....	33
Figura 5.3 Variação da massa e do custo dos dutos de (a) fibras de vidro e (b) fibras de carbono com diferentes números de seções.....	34

Figura 5.4 Tempo de execução para diferentes números de seções. ....	34
Figura 5.5 Configurações contendo apenas uma seção. ....	34
Figura 5.6 Soluções com uma seção no espaço dos objetivos.....	35
Figura 5.7 Configurações contendo duas seções. ....	35
Figura 5.8 Soluções com duas seções no espaço dos objetivos.....	36
Figura 5.9 Configurações contendo quatro seções. ....	37
Figura 5.10 Soluções com quatro seções no espaço dos objetivos.....	37
Figura 5.11 Clusters A e B das configurações contendo oito seções. ....	38
Figura 5.12 Cluster C das configurações contendo oito seções. ....	38
Figura 5.13 Cluster D das configurações contendo oito seções. ....	39
Figura 5.14 Cluster E das configurações contendo oito seções.....	39
Figura 5.15 Cluster F das configurações contendo oito seções.....	39
Figura 5.16 Cluster G das configurações contendo oito seções. ....	40
Figura 5.17 Clusters H e I das configurações contendo oito seções. ....	40
Figura 5.18 Soluções com oito seções no espaço dos objetivos.....	41
Figura 5.19 Solução dominada (em cinza) para as configurações com quatro seções... 42	
Figura 5.20 Solução dominada das configurações com quatro seções no espaço dos objetivos. ....	42
Figura 5.21 Soluções dominadas (em cinza) para configurações com oito seções dos clusters A, B e parte do C. ....	42
Figura 5.22 Percentual das soluções dominadas para os <i>risers</i> com quatro e oito seções. ....	43

# 1. Introdução

O evidente interesse pelos materiais compósitos muito se deve as suas vantagens, em termos mecânicos, sobre os tradicionais materiais metálicos. Seu emprego tem papel fundamental em indústrias com caráter altamente competitivo como automobilística, naval e aeronáutica, nichos de ampla pesquisa e utilização de novos materiais.

Dada a competitividade aliada aos rígidos requisitos da exploração e produção *offshore* de petróleo e gás, a demanda por materiais de alto desempenho torna esta indústria consumidora potencial dos materiais compósitos.

Em contraste ao emprego tradicional de materiais como aço e titânio, os compósitos surgem como alternativa em situações severas como a produção do petróleo em águas profundas e ultraprofundas, onde a corrosão e o peso excessivo podem comprometer a integridade das estruturas submarinas.

Além das vantagens em peso específico e inércia química dos compósitos<sup>1</sup>, outra grande vantagem em relação aos materiais isotrópicos é a possibilidade de se projetar as propriedades nas direções efetivas onde atuam as solicitações mecânicas. Isso permite aos mesmos atender, de forma ótima, aos requisitos estruturais, evitando o superdimensionamento do material nas direções pouco exigidas, ponto em que se fundamenta a dissertação aqui apresentada.

O modelo mecânico aqui apresentado descreve o campo de deformações em um *riser* idealizado como uma estrutura tubular, submersa, de paredes finas com deslocamento restrito em ambas as extremidades, sujeita ao peso próprio aparente e à pressão hidrostática, tanto externa quanto interna, possibilitando a imposição de uma restrição de resistência baseada no critério de máxima deformação, para materiais compósitos laminados.

---

<sup>1</sup> Tratados aqui como compósitos de matriz polimérica, reforçados por fibras.

## 2. Objetivo

Esta dissertação apresenta um estudo das configurações ótimas de dutos compósitos para aplicação como *risers* de produção, atendendo aos requisitos estruturais de projeto, buscando a minimização do custo e do peso da estrutura, estabelecendo o *trade-off* entre os objetivos por meio da elaboração das frentes de Pareto de cada situação analisada.

Indiretamente, o trabalho busca confrontar a larga utilização de meta-heurísticas, não determinísticas, na otimização de materiais compósitos, avaliando o potencial dos métodos determinísticos.

## 3. Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada uma breve revisão da utilização de materiais compósitos na indústria de petróleo e gás além da dedução, de forma sucinta, das equações da teoria clássica dos laminados.

Por fim, é mostrada uma classificação dos problemas de otimização quanto à natureza das equações envolvidas bem como as estratégias de resolução dos mesmos e suas aplicações no âmbito dos materiais compósitos.

### 3.1. Materiais Compósitos

Segundo Gibson [1], os compósitos englobam uma classe de materiais constituídos por dois ou mais materiais, separados por interface definida, combinados em uma estrutura macroscópica onde fases de reforço estão inseridas em uma fase chamada matriz e, devido à natureza desta fase, os materiais compósitos podem ser separados em três grandes grupos [2]:

- i. Compósitos de matriz polimérica
- ii. Compósitos de matriz metálica
- iii. Compósitos de matriz cerâmica

Cabe ainda aos materiais compósitos uma segunda classificação, segundo a disposição do reforço, como mostrado abaixo [3]:

- i. Reforçados por fibras contínuas alinhadas
- ii. Reforçados por fibras contínuas entrelaçadas (formando tecidos)
- iii. Reforçados por fibras descontínuas alinhadas
- iv. Reforçados por fibras descontínuas dispostas aleatoriamente
- v. Reforçados por partículas

Neste trabalho são estudados materiais compósitos laminados, constituídos por laminas unidirecionais de matriz polimérica, reforçadas por fibras contínuas alinhadas.

### 3.2. Compósitos na Indústria do Petróleo

A exploração do petróleo em águas profundas e ultraprofundas (profundidades acima de 400m), predominante no Brasil, demanda tecnologias e materiais compatíveis

com as complexidades apresentadas pela atividade. Dentre essas complexidades podem ser citados os diferentes carregamentos impostos às estruturas e a agressividade do meio a que estão expostas.

A aplicação dos materiais compósitos em estruturas *offshore* cresce à medida que aumentam estas complexidades. Na Figura 3.1 é mostrada a previsão da utilização, em número de novos poços, de *risers* de produção compósitos no Golfo do México entre 2013 e 2026 [4].

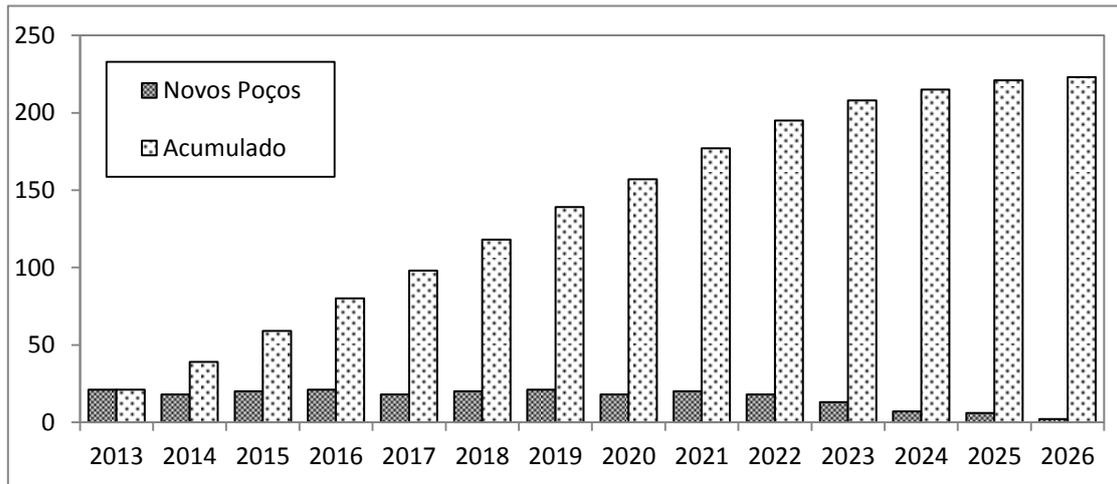


Figura 3.1 Número esperado de novos poços com *risers* de produção compósitos no Golfo do México entre 2013 e 2026.

Além dos *risers* de produção, os compósitos estão presentes em outros componentes como *risers* de perfuração, umbilicais, *theters* e linhas *choke* e *kill*. A Figura 3.2 mostra a quantidade de fibra de carbono (*kg/m*) utilizada em diferentes componentes de uma plataforma [5].

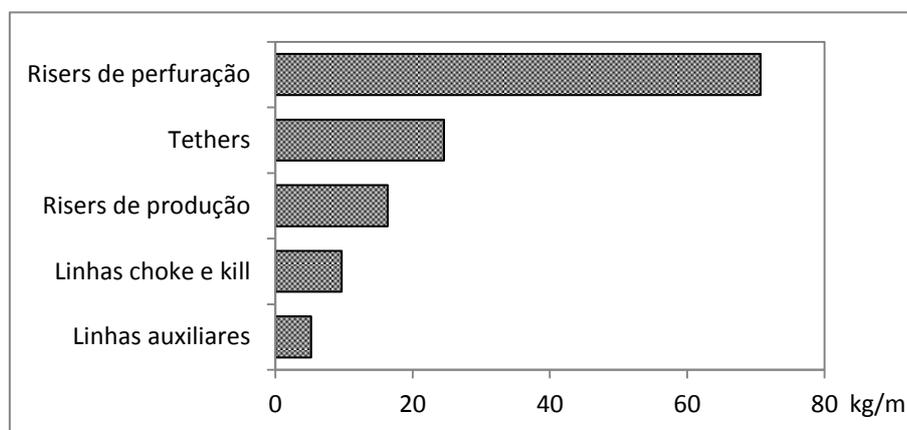


Figura 3.2 Quantidade de fibra de carbono em diferentes componentes de uma plataforma.

## **Aplicação em *Risers***

Inicialmente, o estudo da aplicação de dutos compósitos como *risers* foi realizado pela *Koch Exploration & Development Company*, durante a década de 1950, com o objetivo de produzir o petróleo a partir de poços altamente corrosivos, utilizando materiais reforçados por fibras de vidro [4].

Tarnopol'skii *et al.* [6], em seu estudo, mostraram a importância dos materiais compósitos na indústria *offshore* e avaliaram a aplicação de *risers* híbridos metal-compósito submetidos a pressões interna e externa, gravidade e forças aplicadas no topo. Para eles, o *riser* deve apresentar uma camada interna metálica, servindo como mandril para o enrolamento filamental e garantindo a estanqueidade do duto. Deve também conter camadas circunferenciais de material compósito, assegurando resistência às pressões interna e externa, além de camadas helicoidais para suportar as tensões axiais. Desta maneira, estes materiais são uma boa escolha para aplicações em profundidades maiores que 1500m.

Odrú *et al.* [7] concluíram que *risers* de produção compósitos levam à grande diminuição de peso nas estruturas. Porém, tal redução de peso do *riser*, quando cheio de gás, deve ser ajustada para que a estrutura não apresente flutuabilidade e venha causar flambagem longitudinal.

Adicionalmente, Gibson [8] cita que com o advento da produção em águas profundas, a utilização de materiais compósitos em *risers* rígidos é motivada por benefícios como a redução do custo dos sistemas de flutuação e a redução da seção transversal do *riser*, levando à diminuição das tensões causadas pelo arrasto hidrodinâmico.

### **3.3. Mecânica de Materiais Compósitos**

Segundo Kollár e Springer [9], os passos do projeto de uma estrutura constituída por laminados compósitos, mostrado Figura 3.3 (adaptada de [9]), partem das propriedades dos constituintes; utilizando a micromecânica para o cálculo das propriedades da lâmina, a partir da qual já não importam mais as relações microestruturais e esta é tratada como um material ortotrópico homogêneo [1]. Subsequentemente, faz-se o estudo da macromecânica para a avaliação do comportamento mecânico do laminado como um conjunto de lâminas empilhadas e, por fim, a estrutura formada pelos laminados é analisada de maneira global.

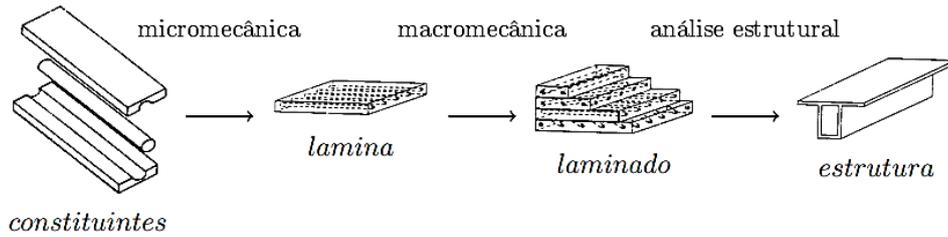


Figura 3.3 Etapas do projeto de uma estrutura de laminados compósitos.

### Mecânica de Lâminas Unidirecionais

Lâminas unidirecionais são definidas como camadas onde a fase de reforço, ou fibra, está distribuída de maneira uniforme na matriz e alinhada segundo apenas uma direção.

Dentro de um laminado compósito, as lâminas podem ser ditas como as unidades básicas, já que neste estágio do projeto as propriedades dos constituintes já não importam mais, visto que após as considerações da micromecânica as lâminas são consideradas materiais ortotrópicos com suas próprias constantes de engenharia.

Na relação constitutiva de um material ortotrópico (Equação 3.1), que relaciona as tensões ( $\sigma_i$  e  $\tau_{ij}$ ) com as deformações ( $\epsilon_i$  e  $\gamma_{ij}$ ), a matriz de rigidez  $[C]$  apresenta apenas 9 coeficientes independentes para o caso tridimensional, ao contrário dos 21 presentes em um material sem planos de simetria, ou anisotrópico [1].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sim & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Para o caso particular de uma lâmina ortotrópica pode-se assumir o estado plano de tensões. Em sua relação constitutiva (Equação 3.2), a matriz de rigidez é chamada de matriz de rigidez reduzida,  $[Q]$ , e possui apenas 4 coeficientes independentes [10].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ sim & & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Em que  $Q_{ij}$  podem ser expressos em termos das constantes de engenharia ( $E_i, \nu_{ij}$  e  $G_{ij}$ ).

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} ; Q_{66} = G_{12} \quad (3.3)$$

De maneira geral, os laminados compósitos são constituídos por mais de uma lâmina, muitas vezes posicionadas com um ângulo  $\theta$  entre seu sistema de coordenadas (1-2) e o sistema de coordenadas do laminado, ou global (X-Y), como mostrado na Figura 3.4.

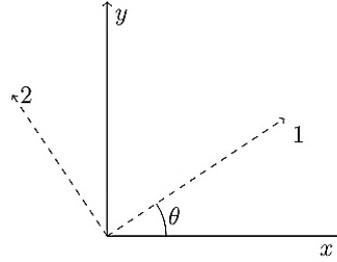


Figura 3.4 Sistemas de coordenadas local e global

Portanto, para a obtenção das tensões e deformações em coordenadas globais (Equação 3.5) é necessário que se realize uma transformação de sistema de coordenadas, utilizando a matriz de transformação  $[T]$  (Equação 3.4) [10,11].

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & -2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & 2\sin(\theta)\cos(\theta) & \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-T} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Então, reescrevendo a relação constitutiva (Equação 3.2) em termos de tensões e deformações globais (Equação 3.5), obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ sim & & Q_{66} \end{bmatrix} [T]^{-T} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

E considerando a matriz de rigidez reduzida em coordenadas globais  $[Q'] = [T]^{-1}[Q][T]^{-T}$ , a relação constitutiva pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [Q'] \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

## Análise de Laminados

Laminados compósitos são constituídos por lâminas onde geralmente as dimensões planares estão uma ou duas ordens acima da espessura e são normalmente solicitados em tração e flexão. Portanto, segundo Reddy [12], estes elementos podem ser tratados como placas. Reddy [12] ainda classifica as teorias de análise de placas, ou laminados compósitos, em grupos, mostrados na Figura 3.5.

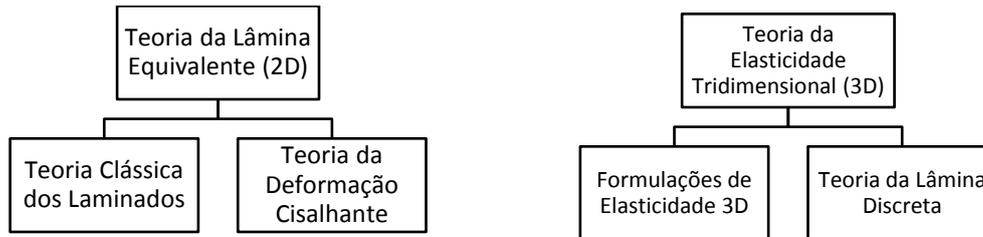


Figura 3.5 Teorias de análise de laminados compósitos

Como o modelo desenvolvido neste estudo, mostrado na Seção 4.1, baseia-se na teoria clássica dos laminados, esta será a única aqui tratada.

A teoria clássica dos laminados é uma extensão da teoria das placas, aplicada aos materiais compósitos laminados. Nela são asseguradas as hipóteses de Kirchhoff [12], ou seja, normais ao plano médio não sofrem alongamento, somente rotação, permanecendo retas e perpendiculares ao plano médio na configuração deformada. Além das hipóteses de Kirchhoff, outras considerações são feitas para o desenvolvimento do modelo:

- i. As camadas estão perfeitamente aderidas entre si.
- ii. O material de cada camada é linear elástico e ortotrópico.
- iii. As camadas possuem espessura constante.
- iv. As deformações e deslocamentos são pequenos.
- v. O cisalhamento transversal nas faces externas do laminado é zero.

### Cinemática

Considerando uma placa solicitada mecanicamente, mostrada na Figura 3.6, o deslocamento em  $x$  de um ponto  $B$  afastado por  $z_B$  do plano médio da placa pode ser dividido em duas parcelas: uma referente ao deslocamento da normal que contém este ponto,  $u_{AA'}$ , e a segunda é resultante da rotação desta normal,  $u_{A'B'}$ . Portanto:

$$u = u_{AA'} + u_{A'B'} \quad (3.8)$$

No entanto é possível reescrever a parcela  $u_{A'B'}$  em termos do ângulo de rotação,  $\beta$ , considerando pequenos deslocamentos ( $\beta \approx \tan \beta$ ).

$$u = u_{AA'} - z_B \tan \beta \quad (3.9)$$

Ou

$$u = u_{AA'} - z_B \frac{\partial w(x)}{\partial x} \quad (3.10)$$

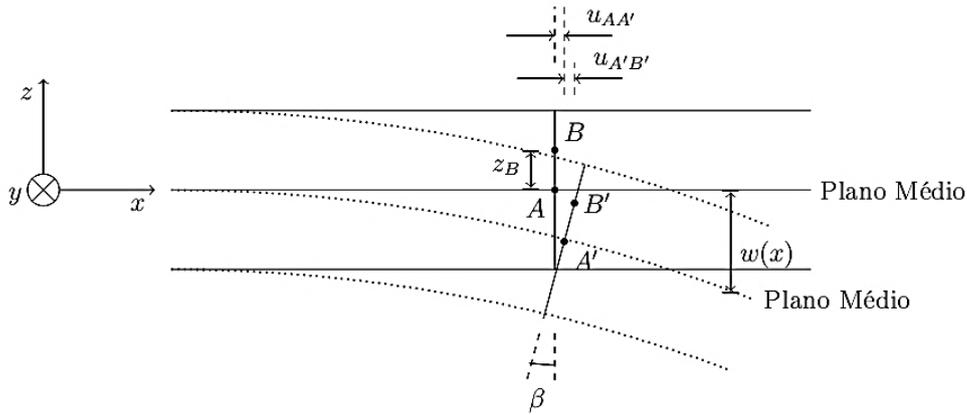


Figura 3.6 Configurações original (—) e deformada (---) de uma lamina (plano x-z).

Onde  $w(x)$  é a distância entre o plano de referência da configuração original e da deformada. Reescrevendo para quaisquer pontos  $A$  e  $B$ , e analogamente para  $y$ , o campo de deslocamentos para o caso bidimensional (sendo  $w = w(x, y)$ ), é dado por:

$$\begin{aligned} u &= u_0 - z_B \frac{\partial w}{\partial x} \\ v &= v_0 - z_B \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Portanto, substituindo os deslocamentos nas equações da cinemática, obtêm-se o campo de deformações na placa:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} - z_B \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} - z_B \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \gamma_{xy} &= \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) - z_B \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Sendo as curvaturas do plano médio,  $k$ , dadas por:

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad , \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad , \quad k_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.13)$$

O campo de deformações pode ser reescrito, na forma vetorial como:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

Em que  $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$  são as deformações no plano médio da placa.

### Equilíbrio

Para a descrição das forças e momentos resultantes na placa (Equação 3.15), considerando-se o sistema mostrado na Figura 3.7.

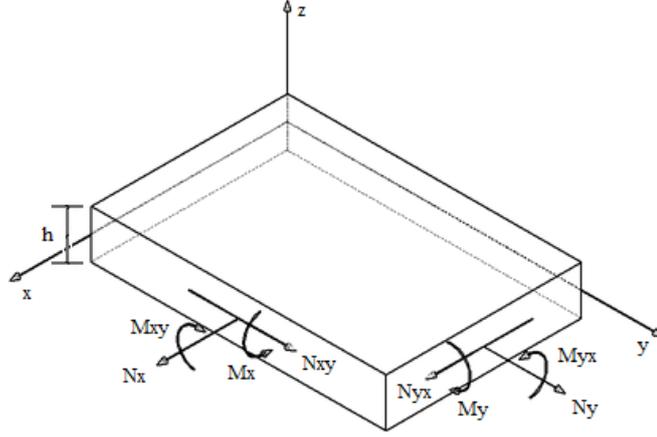


Figura 3.7 Sistema de forças e momentos aplicados à placa.

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x dz \quad , \quad N_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y dz \quad , \quad N_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} dz \\ M_x &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_x dz \quad , \quad M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \sigma_y dz \quad , \quad M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z \tau_{xy} dz \end{aligned} \quad (3.15)$$

Aplicando a relação constitutiva (Equação 3.7) e equação da cinemática (Equação 3.14) obtém-se:

$$\begin{aligned} \{N\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'] \{\epsilon^0\} + z [Q'] \{k\} dz \\ \{M\} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z [Q'] \{\epsilon^0\} + z^2 [Q'] \{k\} dz \end{aligned} \quad (3.16)$$

De onde é possível obter as matrizes de rigidez do laminado  $[A]$ ,  $[B]$  e  $[D]$ .

$$[A] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} [Q'] dz \quad , \quad [B] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z [Q'] dz \quad , \quad [D] = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 [Q'] dz \quad (3.17)$$

Integrando para um laminado com  $n$  camadas, assumindo rigidez constante para cada uma das camadas, as matrizes de rigidez podem ser escritas como o somatório da rigidez individual de cada camada.

$$\begin{aligned} [A] &= \sum_{k=1}^n [Q'] (z_k - z_{k-1}) \\ [B] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [Q'] (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ [D] &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [Q'] (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad (3.18)$$

Em que  $z$  é a cota de cada superfície de cada uma das camadas, como mostrado na Figura 3.8.

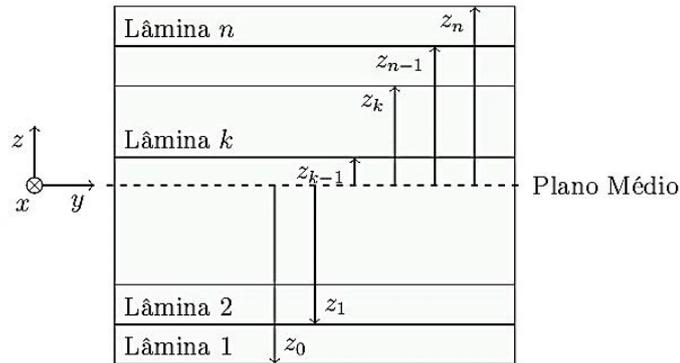


Figura 3.8 Disposição das  $n$  camadas de um laminado.

Portanto a relação entre as forças e momentos resultantes e as deformações e curvaturas no laminado, são escritas como:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\epsilon\} \\ \{k\} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

A Figura 3.9 mostra o procedimento descrito por Sheno e Wellicome [10] para o cálculo das tensões e deformações em cada lâmina de um laminado, dados a matriz de rigidez do material  $[Q]_k$  e o ângulo de orientação  $\theta_k$  de cada camada, submetido a um sistema de forças  $\{N\}$  e momentos  $\{M\}$ .

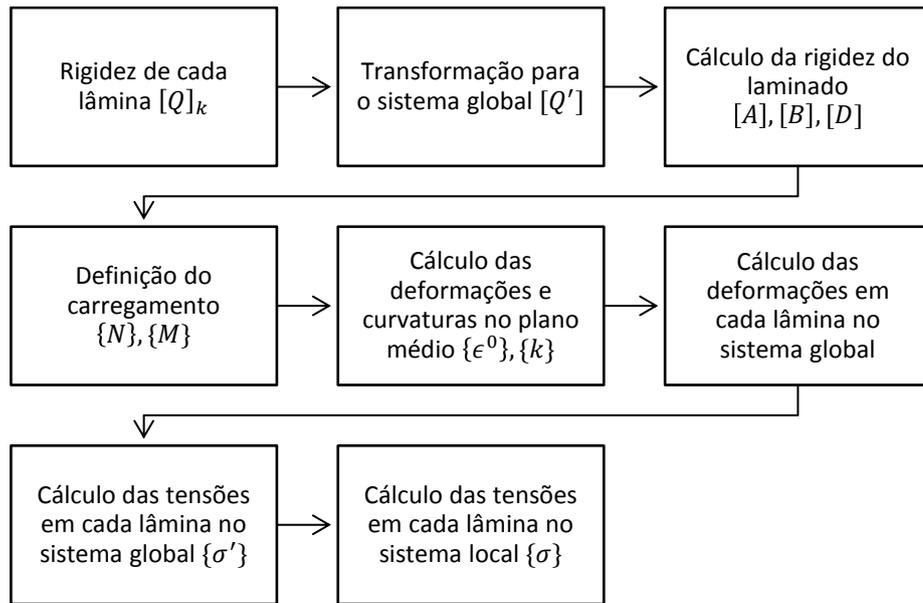


Figura 3.9 Procedimento para o cálculo das tensões em cada lamina.

### Critérios de Falha

De maneira geral, os critérios de falha para materiais ortotrópicos foram propostos como extensões ou adaptações dos critérios existentes para materiais isotrópicos.

#### Critério de Máxima Tensão

O critério de máxima tensão é uma extensão do critério de Rankine (máxima tensão normal), aplicado aos materiais ortotrópicos. Nele assume-se a falha quando um dos componentes da tensão atinge valor igual ou superior ao limite de resistência na respectiva direção. O envelope de falha no espaço das tensões está mostrado na Figura 3.10.

$$\sigma_1 = \begin{cases} X_t, & \text{se } \sigma_1 > 0 \\ -X_c, & \text{se } \sigma_1 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo I}$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} Y_t, & \text{se } \sigma_2 > 0 \\ -Y_c, & \text{se } \sigma_2 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo II}$$

$$|\tau_{12}| = S_{12} \quad \text{Modo III} \quad (3.20)$$

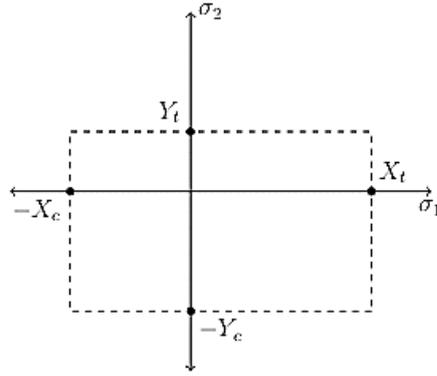


Figura 3.10 Envelope de falha de máxima tensão.

### Critério de Máxima Deformação

O critério de máxima deformação pode ser dito como uma extensão do critério de Saint-Venant (máxima deformação principal) aplicada aos materiais ortotrópicos. Proposto em 1967 por Waddoups, assume a falha quando pelo menos uma componente da deformação atinge o valor limite para a respectiva direção.

$$\epsilon_1 = \begin{cases} \epsilon_{1t}, & \text{se } \epsilon_1 > 0 \\ -\epsilon_{1c}, & \text{se } \epsilon_1 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo I}$$

$$\epsilon_2 = \begin{cases} \epsilon_{2t}, & \text{se } \epsilon_2 > 0 \\ -\epsilon_{2c}, & \text{se } \epsilon_2 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo II}$$

$$|\gamma_{12}| = \gamma_{12u} \quad \text{Modo III} \quad (3.21)$$

O envelope de falha no espaço das tensões, mostrado na Figura 3.11, pode ser obtido pela transformação das tensões (Equação 3.22).

$$\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2 = \begin{cases} X_t, & \text{se } \epsilon_1 > 0 \\ -X_c, & \text{se } \epsilon_1 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo I}$$

$$\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1 = \begin{cases} Y_t, & \text{se } \epsilon_2 > 0 \\ -Y_c, & \text{se } \epsilon_2 < 0 \end{cases} \quad \text{Modo II}$$

$$|\tau_{12}| = S_{12} \quad \text{Modo III} \quad (3.22)$$

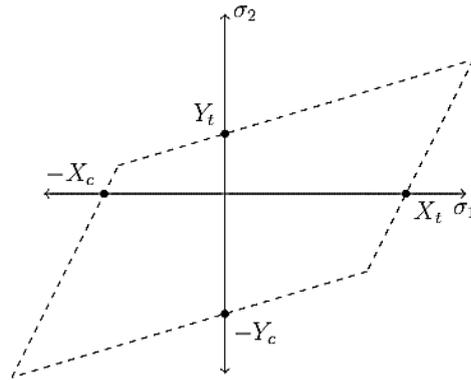


Figura 3.11 Envelope de falha de máxima deformação.

### Crítério de Tsai-Wu

Diferentemente dos critérios de máxima tensão e máxima deformação, chamados de independentes, o critério proposto por Tsai e Wu [13] faz parte de uma classe de critérios ditos interativos, pois neles é levada em conta a interação entre as componentes da tensão. Ele descreve uma superfície de falha, baseada num tensor polinomial no espaço das tensões (Figura 3.12), onde para um estado plano, esta ocorre quando satisfeita a condição:

$$F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 \geq 1 \quad (3.23)$$

Em que

$$F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} ; F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c} ; F_{66} = \frac{1}{S_{12}^2} ; F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} ; F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \quad (3.24)$$

E o termo de interação entre as tensões normais  $F_{12}$  pode ser aproximado para [14]

$$F_{12} = -\frac{1}{2}\sqrt{F_{11}F_{22}} \quad (3.25)$$

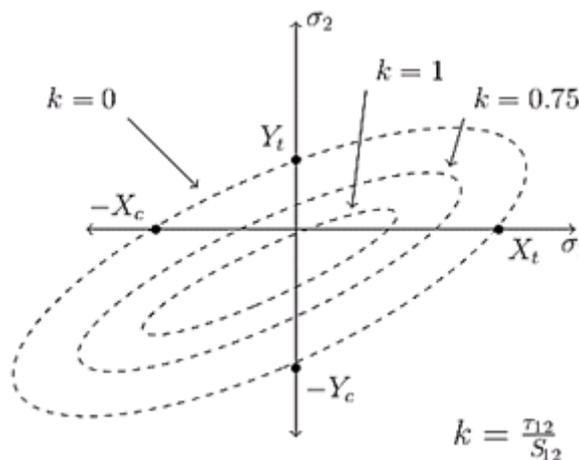


Figura 3.12 Envelope de falha de Tsai-Wu

### 3.4. Estruturas Hiperestáticas

Os sistemas hiperestáticos, também chamados de estaticamente indeterminados, são aqueles onde o número de restrições impostas é maior que o necessário para evitar o movimento de corpo rígido. Como consequência, possui maior número de incógnitas do que equações, tornando impossível o cálculo das reações de apoio simplesmente pelas equações de equilíbrio.

No entanto alguns métodos foram propostos para o cálculo das forças de reação, como o método da superposição, adotado no modelo apresentado na Seção 4.1 [15].

Considerando uma barra prismática, composta por duas partes de diferentes materiais e seções transversais, submetida a duas forças ( $F_1, F_2$ ), como mostrado na Figura 3.13.

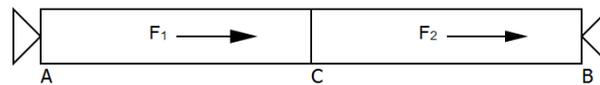


Figura 3.13 Barra com carregamento axial.

O método propõe que se desconsidere, inicialmente, uma das restrições (Figura 3.14) e se calcule o deslocamento total na barra (Equação 3.26), em virtude das forças externas, a partir do esforço normal atuante em toda a barra.

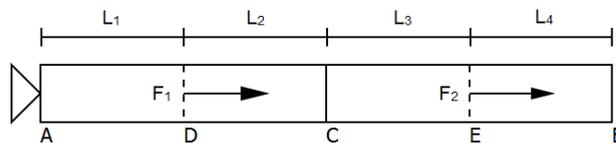


Figura 3.14 Barra sem uma das restrições.

$$\delta_1 = \sum_i \frac{P_i L_i}{A_i E_i} = \frac{0L_1}{A_{AC} E_{AC}} + \frac{F_1 L_2}{A_{AC} E_{AC}} + \frac{F_1 L_3}{A_{CB} E_{CB}} + \frac{(F_1 + F_2)L_4}{A_{CB} E_{CB}} \quad (3.26)$$

A reação antes desconsiderada é então imposta à estrutura (Figura 3.15) e o deslocamento causado pela mesma é calculado pela Equação 3.27.

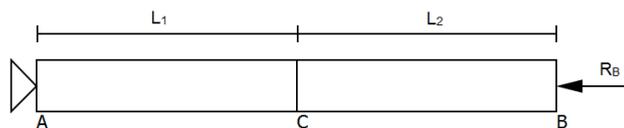


Figura 3.15 Barra submetida à reação antes desconsiderada.

$$\delta_2 = \sum_i \frac{P_i L_i}{A_i E_i} = \frac{-R_B L_1}{A_{AB} E_{AB}} + \frac{-R_B L_2}{A_{AB} E_{AB}} \quad (3.27)$$

Portanto, pela compatibilidade de deformações, ou seja,  $\delta_1 + \delta_2 = 0$ , o problema se reduz a uma equação e uma variável ( $R_B$ ). Então é possível aplicar a equação de equilíbrio ( $\sum F = R_A + R_B + F_1 + F_2 = 0$ ) para o cálculo da reação desconhecida ( $R_A$ ) e subsequentemente o esforço normal atuante em cada ponto da barra.

### 3.5. Otimização

Otimização é o processo de tornar algo tão eficiente quanto possível. No contexto da engenharia, um problema de otimização, ou programação matemática, pode ser colocado como [17]:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar:} & \quad f(x) \\ \text{Sujeito a:} & \quad x \in X \\ & \quad g(x) \leq 0 \\ & \quad h(x) = 0 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Em que  $f(x)$  é chamada de função objetivo e as relações  $x \in X$ ,  $g(x) \leq 0$  e  $h(x) = 0$  são chamadas restrições e formam um espaço de busca, dito viável, para a variável  $x$ .

A estratégia de busca da solução de um problema de otimização dependerá da forma da função objetivo e de suas restrições, classificando o problema, dentre outras maneiras, como um problema de programação linear, programação não linear, programação inteira ou programação inteira mista.

Além da forma funcional, os problemas de otimização permitem ainda a classificação quanto à ocorrência de máximos, ou mínimos, na função objetivo, podendo ser chamados de unimodais, apresentando um único ponto ótimo, ou multimodais, quando possuem maior número de pontos de máximo ou mínimo. Além disso, a função objetivo pode ser classificada quanto a sua convexidade, ou seja, é dita convexa quando um segmento de reta ligando dois pontos do gráfico desta função está acima do mesmo. Portanto a escolha adequada do método de otimização deve levar em conta a natureza da formulação do problema apresentado.

#### Problemas de Otimização

##### Programação Linear

Um problema é dito de programação linear quando as equações e inequações envolvidas são lineares, como na Equação 3.29, o que torna a busca restrita a um espaço formado por um polítopo convexo de  $n$  dimensões, sendo  $n$  o número de variáveis, estando a solução ótima em pelo menos um dos vértices deste polítopo.

$$\begin{aligned}
\text{Maximizar:} & \quad c^T x \\
\text{Sujeito a:} & \quad Ax \leq b \\
& \quad x \geq 0
\end{aligned}
\tag{3.29}$$

Em que  $c$  e  $b$  são os vetores e  $A$ , a matriz de coeficientes conhecidos, respectivamente, e  $x$  o vetor das variáveis.

### **Programação Quadrática**

Os problemas de programação quadrática são aqueles onde a função objetivo a ser minimizada, ou maximizada, tem forma quadrática e o domínio viável é restrito por funções lineares. Um problema de programação quadrática pode ser posto como mostrado na Equação 3.30

$$\begin{aligned}
\text{Maximizar:} & \quad \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x \\
\text{Sujeito a:} & \quad Ax \leq b \\
& \quad x \geq 0
\end{aligned}
\tag{3.30}$$

Analogamente ao problema de programação linear,  $c$  e  $b$  são os vetores e  $A$  e  $Q$ , as matrizes de coeficientes conhecidos, respectivamente, e  $x$  o vetor das variáveis.

### **Programação Não Linear**

A programação não linear, diferentemente da linear, lida com problemas envolvendo equações não lineares, sejam elas as restrições ou a própria função objetivo, como o caso da rigidez de lâminas de materiais compósitos, onde a relação constitutiva depende fundamentalmente da matriz de transformação de sistema de coordenadas, composta exclusivamente por funções trigonométricas, onde a variável é o ângulo  $\theta$  de posicionamento das fibras [11].

### **Programação Inteira Mista**

Os problemas de programação inteira mista (MIP) são assim chamados em virtude da natureza das variáveis envolvidas, divididas entre inteiras e contínuas, podendo ser classificados como lineares (MILP) ou não lineares (MINLP) dependendo da forma funcional das equações envolvidas, como mostrado anteriormente.

Tratando de materiais compósitos, a minimização do peso de um laminado pode ser classificada como um problema de programação não linear inteira mista, onde as variáveis contínuas são o ângulo de cada camada e as inteiras, o número de camadas e o material de cada uma delas.

## Métodos de Otimização

### Determinísticos

Os métodos de otimização determinísticos são aqueles em que todos os passos são conhecidos, não há variáveis aleatórias envolvidas no processo, portanto partindo do mesmo ponto inicial, o resultado será sempre o mesmo. Além disso, o resultado, quando encontrado, é de forma garantida, dentro da tolerância estabelecida, um máximo, ou mínimo, do problema, seja global ou local.

A Figura 3.16 mostra um diagrama esquemático de métodos de otimização comumente utilizados, associados as suas respectivas aplicações.



Figura 3.16 Métodos de otimização determinísticos e suas aplicações<sup>2</sup>

### Métodos Não Determinísticos

Podem ser definidas como técnicas de resoluções de problemas baseadas em buscas aleatórias e regras heurísticas. De maneira geral as regras heurísticas envolvem um conjunto de procedimentos que mimetizam um sistema físico com a proposta de se chegar a um conjunto de soluções próximas à ótima, sem garantir necessariamente que sejam os valores de máximo, ou mínimo, do problema.

Tais métodos são geralmente robustos, ou seja, encontram soluções para diferentes classes de problemas, porém apresentam elevado custo computacional, já que normalmente é necessária a avaliação da função objetivo para um grande número de soluções ou iterações, em relação aos métodos determinísticos.

Destacam-se na otimização de materiais compósitos os algoritmos genéticos, a otimização por enxame de partículas e a otimização por colônia de formigas.

---

<sup>2</sup> O algoritmo *Branch and Reduce* resulta de técnicas propostas por Sahinidis e Ryoo [40] para redução do espaço de busca em problemas globais, incorporadas ao método *Branch and Bound*.

## Otimização de Materiais Compósitos

Em 1989, Lai e Kam [17] estudaram a otimização de laminados compósitos onde se buscou a maximização da rigidez, da resistência e da frequência natural de vibração do material e a minimização do peso. Para isso, os autores propuseram uma metodologia de dois níveis: no primeiro nível foi utilizado um método Quasi-Newton para encontrar o ângulos de cada camada que maximizam as propriedades mecânicas do laminado, enquanto no segundo nível, o objetivo foi a minimização do peso do laminado, buscando a espessura mínima de cada camada utilizando um critério de otimalidade [18]. No mesmo ano, Chang e Kam [19] publicaram outro trabalho seguindo a mesma metodologia do anterior diferindo apenas no primeiro nível, onde o objetivo foi a minimização da deflexão e a maximização da frequência natural.

Ainda em 1989, Hajela [20] utilizou uma modificação do método *Branch and Bound* para a otimização de uma viga compósita engastada, com o objetivo minimizar seu peso. O comportamento mecânico do material foi modelado por meio da teoria clássica dos laminados. As variáveis consideradas na formulação do problema e seus tipos foram: a espessura de cada camada - discreta; o número de camadas - inteira; o ângulo de cada camada e a fração volumétrica do material - contínuas. As restrições impostas foram a deflexão na ponta da viga, a frequência natural, a espessura total e a resistência, pelo critério de Tsai-Hill.

Kam [21], em 1991, realizou um estudo buscando a minimização da energia de deformação de um laminado compósito, variando o ângulo de cada camada. O problema foi restrito à espessura máxima do laminado. Foi utilizada uma abordagem *multi-start* em um algoritmo global baseado na minimização da energia potencial de uma partícula imersa em um campo de força conservativo. Concluiu que a metodologia utilizada é promissora para a otimização de materiais compósitos.

António *et al.* [22], em 1995, realizaram um estudo de otimização em dois níveis, como Lai e Kam [17], utilizando métodos determinísticos na maximização do desempenho e minimização do peso, buscando os ângulos no primeiro nível e a espessura de cada camada no segundo. Ao modelo foram impostas restrições de deslocamento e de resistência, respeitando o critério de falha de Tsai-Wu.

No ano seguinte, Nagendra *et al.* [23] propuseram a utilização de um algoritmo genético modificado para a minimização do peso de um compósito, buscando a sequência de empilhamento ótima do laminado. Em sua formulação foram impostas

restrições de flambagem e número de camadas adjacentes com o mesmo ângulo. Segundo os autores, a utilização de algoritmos genéticos para a otimização de laminados tem duas grandes motivações: a primeira é a natureza discreta da sequência de empilhamento; a segunda é a ocorrência de mínimos com valores próximos.

Park *et al.* [24], em 2001, otimizaram um laminado simétrico sob diferentes carregamentos buscando a minimização do índice de Tsai-Hill por meio da variação dos ângulos de cada camada. A função objetivo foi avaliada utilizando o método dos elementos finitos baseado na teoria da deformação cisalhante. A busca foi conduzida por um algoritmo genético com *crossover* uniforme e seleção elitista, contando com uma população de dez laminados. Concluíram, portanto, que configurações ótimas podem ser facilmente encontradas pelos algoritmos genéticos, levando à diminuição significativa do índice de falha, sem a necessidade de informações auxiliares como gradientes ou de se presumir condições iniciais.

Ainda em 2001, Soremekun *et al.* [25] utilizaram um algoritmo genético na solução de dois problemas de otimização: o primeiro, contendo múltiplos máximos globais, foi a maximização da carga de flambagem biaxial de um laminado compósito; o segundo, contendo apenas um ótimo global e diversos máximos locais, foi a maximização do ângulo de torção causado pela imposição de um momento fletor numa viga compósita engastada. Os autores avaliaram diferentes tipos de seleção elitista para os problemas apresentados e concluíram que a seleção elitista preservando mais de um laminado na geração subsequente permitiu melhor desempenho do algoritmo na busca pelas configurações ótimas nas duas diferentes situações.

Messenger *et al.* [26] realizaram um estudo, em 2002, para otimização de estruturas tubulares submarinas submetidas à pressão externa. As estruturas foram consideradas como produzidas por enrolamento filamentar, resultando em um laminado *angle-ply*. Utilizaram um algoritmo genético na busca pelas sequências de empilhamento ótimas que maximizam a pressão de colapso de dutos com diferentes números de camadas. O cálculo da pressão crítica foi feito pelo método dos elementos finitos e a falha da primeira camada calculada pelo critério de Tsai-Wu. Os tubos de carbono/epóxi e vidro/epóxi encontrados mostraram ganhos superiores a 35% e 20%, respectivamente, em relação aos tubos de referência, contendo apenas camadas a 55°.

Em 2003, Pai *et al.* [27] estudaram a maximização do fator de carga, sob restrições de flambagem, deformação de falha e falha na matriz, de um laminado, utilizando a heurística da busca Tabu. Consideraram como um problema combinatório com número

constante de camadas e espessura fixa, além de ângulos restritos a  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $90^\circ$ . Concluíram que a busca tabu pode apresentar bons resultados para a sequência de empilhamento ótima de laminados. Além disso, foi observado que a qualidade dos resultados pode ser melhorada pela escolha apropriada das soluções iniciais e que, em comparação com os algoritmos genéticos, o custo computacional é significativamente menor em casos onde predomina a falha por deformação, enquanto este custo se mostra mais elevado em casos governados por flambagem.

Pelletier e Vel [28], em 2006, utilizaram um algoritmo genético baseado no algoritmo NSGA-II para a maximização da pressão de falha e da rigidez e a minimização da massa de um vaso de pressão cilíndrico tendo como variáveis a fração volumétrica, a orientação das fibras e a espessura de cada camada. O comportamento mecânico foi modelado pela teoria clássica dos laminados e a falha da primeira camada calculada pelo critério de Tsai-Wu. Concluíram que a metodologia apresentada se mostra satisfatória para o projeto e otimização de vasos de pressão compósitos.

No ano seguinte, Kathiravan e Ganguli [29] realizaram um estudo comparativo entre um algoritmo de enxame de partículas e a programação quadrática sequencial, na otimização de uma viga caixão compósita para aplicação em rotores de helicópteros, buscando a orientação das fibras que maximiza a margem de falha de Tsai-Wu-Hahn. O algoritmo de enxame de partículas apresentou resultados melhores ou igualmente satisfatórios em relação ao método determinístico, além de não necessitar de diferentes pontos iniciais por se tratar de um método não determinístico global. Por outro lado, este apresentou custo computacional significativamente superior.

Em 2008, Aymerich e Serra [30] utilizaram um algoritmo de otimização por colônia de formigas na maximização da carga de flambagem em um laminado compósito sujeito a restrições de resistência. Os autores concluíram que quando comparado com os algoritmos genéticos e a busca Tabu, a otimização por colônia de formigas mostrou desempenho comparável ou superior, indicando que esta é uma técnica robusta e eficiente no projeto de laminados compósitos.

Em 2009, Ghiasi *et al.* [31] descreveram o problema de otimização de laminados compósitos como não linear, não convexo, multimodal e multidimensional. Analisaram, portanto, quatro classes de técnicas e suas aplicabilidades para a otimização de materiais laminados, concluindo que:

- i. *Métodos gradientes*: são geralmente os mais rápidos, porém estão limitados a variáveis contínuas e apresentam grande sensibilidade ao ponto inicial.

- ii. *Métodos de busca direta*: populares por não necessitarem do cálculo de derivadas. Sendo os não determinísticos os mais apropriados para os materiais compósitos, pela natureza mista e multimodal, porém apresentam baixa taxa de convergência.
- iii. *Sistemas especialistas*: Rápidos, porém não tão robustos e limitados à uma classe específica de problemas e a ótimos locais.
- iv. *Métodos híbridos*: Promissores, já que se beneficiam das vantagens dos métodos que os compõem.

Ainda em 2009, Almeida e Awruch [32] utilizaram um algoritmo genético para diferentes casos de otimização multiobjetivo (custo/peso e peso/deslocamento) de materiais compósitos, concluindo que o método foi eficiente na busca por soluções próximas à ótima e que o tempo computacional pode ser reduzido significativamente pela escolha apropriada dos parâmetros do método.

Bloomfield *et al.* [33] realizaram, no ano seguinte, um estudo comparativo entre meta-heurísticas para a otimização de laminados compósitos, visando a minimização da massa, sob diferentes carregamentos, sujeitos à restrições de flambagem e resistência. Concluíram que a otimização por colônia de formigas é o método mais robusto e apropriado. Porém, quando a discretização dos ângulos se faz de maneira mais refinada, tendendo ao contínuo, o método é superado pela otimização por enxame de partículas.

Entretanto, nem sempre a tendência pelo uso de um método pode ser generalizada como a mais indicada. Um estudo prévio realizado no Laboratório de Compósitos envolvendo a maximização da rigidez em torção de um laminado mostrou que para este caso o uso de um método determinístico local (Gradientes Reduzidos Generalizados) com múltiplos pontos iniciais resultou em uma maior probabilidade de se encontrar o máximo global do problema em relação ao uso de algoritmos genéticos [34].

Na Tabela 3.1 estão mostradas grandezas comumente encontradas na formulação dos problemas de otimização de materiais compósitos.

Tabela 3.1 Grandezas comumente encontradas nos problemas de otimização de compósitos.

<i>Objetivo</i>	<i>Restrições</i>	<i>Variáveis</i>
Peso,	Deslocamento,	Ângulo,
Custo,	Tensão,	Material,
Rigidez	Deformação,	Espessura,

## 4. Metodologia

Neste capítulo são expostos o modelo mecânico e as estratégias e simplificações adotadas ao longo do desenvolvimento deste estudo.

### 4.1. Modelo Mecânico

O modelo mecânico desenvolvido neste estudo utiliza uma idealização baseada no comportamento de um *riser* de produção, rígido vertical. A análise da estrutura foi dividida em três etapas, mostradas na Figura 4.1.

A estrutura idealizada foi um tubo vertical submerso com 2500m de comprimento e 12” de diâmetro interno, preenchido com petróleo, dividido em seções de mesmo comprimento com diferentes materiais e espessuras.

Na primeira etapa (Figura 4.1a) a estrutura foi analisada a nível global, ou seja, foram avaliados os carregamentos impostos ao tubo. Foram considerados carregamentos de duas naturezas: resultantes das pressões hidrostáticas e do peso aparente.

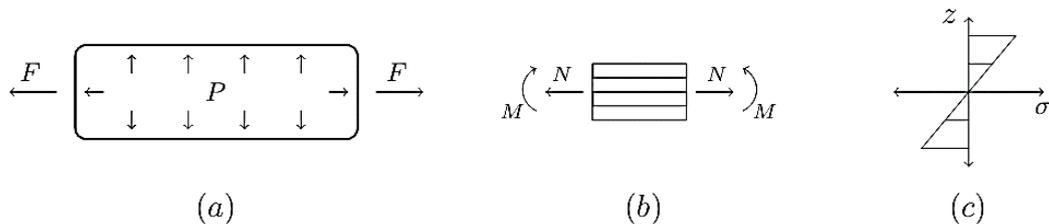


Figura 4.1 Etapas da análise estrutural.

Para a pressão hidrostática foi considerada a pressão diferencial decorrente das colunas de água, externa, e de petróleo, interna, acrescida de uma pressão interna de 5000 psi, recomendado pela API RP-17G [35], agindo como pressão de trabalho.

O carregamento axial considerado,  $F_a$ , foi o esforço normal atuante na estrutura, resultante das forças de reação e do peso aparente  $W_{app}$ , agindo em cada seção (Figura 4.2). Em virtude das restrições impostas nas duas extremidades, o modelo resultou num problema hiperestático, portanto para o cálculo das reações foi utilizado o método da superposição, como discutido na Seção 3.4.

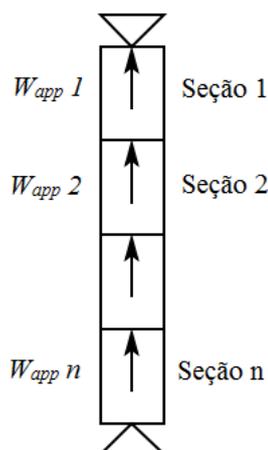


Figura 4.2 Peso aparente em cada seção do tubo.

Na segunda etapa (Figura 4.1b) os carregamentos definidos foram então traduzidos em forças por unidade de comprimento, para a aplicação nas equações da teoria clássica dos laminados, de forma a calcular como estes esforços, a nível global, agem em cada camada do laminado compósito. Portanto, considerando a hipótese de paredes finas, as forças impostas foram:

$$F_{\theta}(z) = P(z)r \quad ; \quad F_x(z) = \frac{F_a(z)}{2\pi r} \quad (4.1)$$

Em que  $F_{\theta}$  e  $F_x$  são as forças circunferencial e axial por unidade de comprimento,  $P$  a pressão hidrostática diferencial,  $r$  o raio do tubo e  $F_a$  o carregamento axial. A Figura 4.3 mostra de forma esquemática a distribuição dos carregamentos circunferencial e axial ao longo de toda a profundidade.

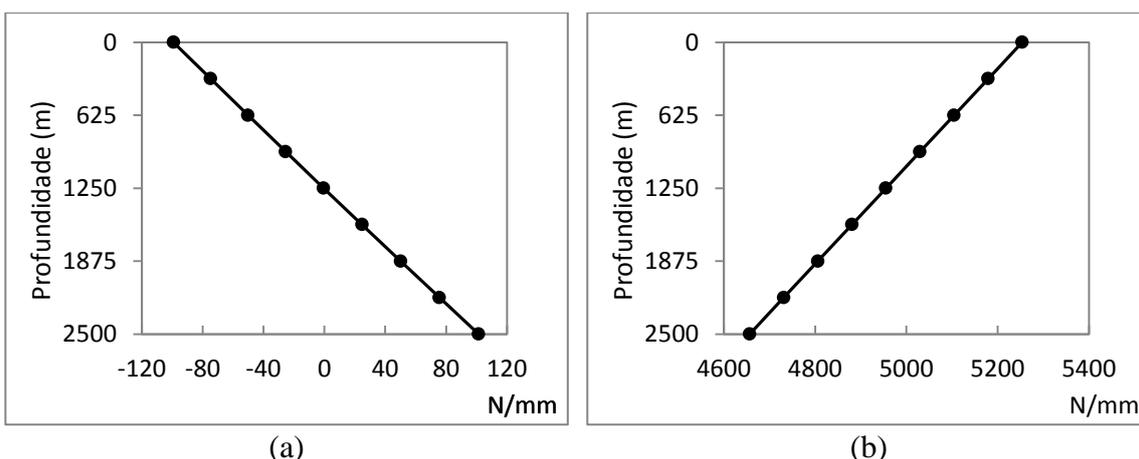


Figura 4.3 Distribuição de carregamentos (a) axial e (b) circunferencial.

Nota-se que o carregamento axial é negativo na parte superior do tubo, caracterizando um estado compressivo. Isso é resultado do peso aparente negativo, ou seja, o empuxo no duto compósito é maior do que o peso, indicando flutuabilidade.

Por fim (Figura 4.1c), os carregamentos aplicados às equações da teoria clássica dos laminados, juntamente com as propriedades do material e a configuração do laminado, possibilitam o cálculo das deformações e a verificação do índice de falha.

Neste estudo o laminado teve como base três camadas de material compósito, podendo as mesmas ser reforçadas com fibras de vidro ou fibras de carbono, e espessura definida pela minimização do peso e custo, respeitando o critério de máxima deformação.

No cálculo da rigidez das camadas ( $[Q'_w]$ ) foi utilizada uma simplificação referente às camadas produzidas por enrolamento filamental: para cada camada com ângulo  $\theta$  deve haver outra com angulação  $-\theta$ . Além disso, não há diferença no posicionamento em relação à espessura do laminado já que estas camadas são formadas por inúmeros passes adjacentes do equipamento, em direções opostas. Portanto, os termos referentes ao acoplamento cisalhamento-extensão são nulos [9].

$$[Q'_w] = \frac{1}{2} ([Q']_{\theta} + [Q']_{-\theta}) = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & 0 \\ Q'_{12} & Q'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Na Tabela 4.1 estão mostradas as propriedades das camadas reforçadas com fibras de vidro (tipo E) e das camadas com fibras de carbono (AS4).

Tabela 4.1 Propriedades dos materiais utilizados [37,38].

	AS4	Vidro E
$E_1$ (GPa)	126,00	45,60
$E_2$ (GPa)	11,00	16,20
$G_{12}$ (GPa)	6,60	5,83
$\nu_{12}$	0,280	0,278
$\epsilon_{1T}$ (%)	1,380	2,807
$\epsilon_{1C}$ (%)	1,175	1,754
$\epsilon_{2T}$ (%)	0,436	0,246
$\epsilon_{2C}$ (%)	2,000	1,200
$\gamma_{12u}$ (%)	2,000	4,000
$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	1,56	2,04
$c$ (USD/cm <sup>3</sup> )	36,51	18,06

O custo  $c$  dos materiais foi calculado levando em consideração uma proporção de 60% em volume de fibras em sistema epóxi, com custo igual a 30,00BRL/kg (Considerando 1 USD = 2 BRL).

## 4.2. Estratégia e Simplificações

Um problema de otimização de materiais compósitos, como descrito por Ghiasi *et al.* [31], pode ser considerado não linear, não convexo, multimodal e multidimensional.

A não linearidade e a não convexidade estão ligadas à relação constitutiva do material, pois para entender como o material se comporta dentro de um laminado é preciso transformar suas propriedades por meio de funções trigonométricas, como já visto na Seção 3.3.

A dimensão do problema está ligada ao número de variáveis de cada camada, multiplicada pelo número de camadas, como mostrado na Figura 4.4, onde  $\theta$  é o ângulo das fibras e  $t$  a espessura de cada camada.

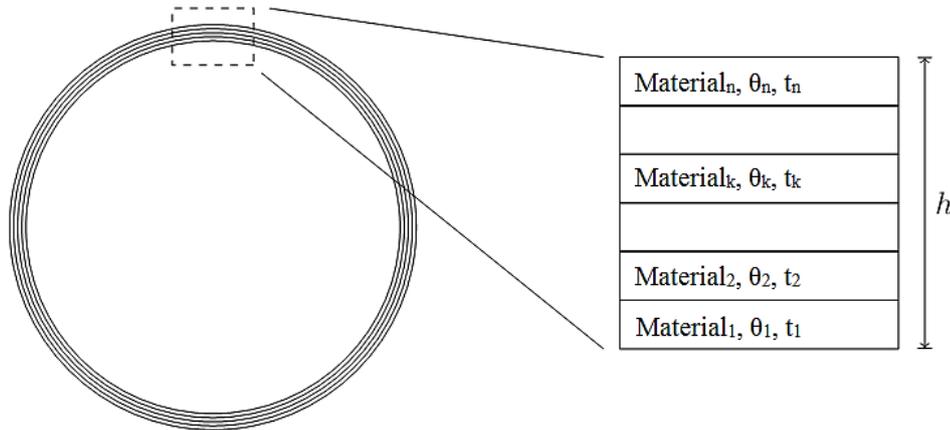


Figura 4.4 Variáveis de um problema de otimização de materiais compósitos.

Neste estudo, o problema foi abordado de diferentes maneiras antes de se chegar à formulação final, apresentada na seção anterior, com as devidas simplificações.

A primeira tentativa de solução do problema utilizou a abordagem não linear inteira mista, mostrada na Figura 4.4, utilizando o *solver* global BARON [38], onde se buscou o ângulo, a espessura e o material de cada camada que minimiza o peso ( $w$ ) e o custo ( $c$ ) do duto compósito, pela ponderação entre os objetivos. Sendo as duas primeiras variáveis contínuas e a terceira, inteira.

A restrição imposta ao modelo foi o critério de falha de máxima deformação (Equação 3.21), sujeitando a deformação de cada camada, calculada pela teoria clássica dos laminados (Equações 3.14 e 3.19), ao valor máximo suportado pelo material que a compõe. Esta restrição caracteriza uma abordagem conservadora, baseada na falha da primeira camada, já que não permite ao laminado suportar carga desde que ao menos

uma camada presente falha. A formulação desta primeira abordagem está mostrada na Equação 4.3.

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar: } & S = \alpha w + (1 - \alpha)c \\
\text{Sujeito a: } & -\epsilon_{1c} \leq \epsilon_1 \leq \epsilon_{1t} \\
& -\epsilon_{2c} \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_{2t} \\
& |\gamma_{12}| \leq S_{12} \\
& 0^\circ \leq \theta_k \leq 90^\circ \\
& \text{Material} \in M = \{\text{Vidro}, \text{AS4}\}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Foi definido um laminado com três camadas, pois se julgou ser o número mínimo para que se obtivessem laminados simétricos com diferentes materiais para as camadas e também configurações contendo camadas circunferenciais e helicoidais. Camadas adjacentes com mesmo ângulo de enrolamento podem ser consideradas como uma única camada, levando em conta a simplificação apresentada na seção anterior.

Esta abordagem não obteve êxito na determinação das configurações ótimas, não ocorrendo convergência para nenhuma solução no tempo limite, definido pelo *software*. Uma possível explicação seria a inadequação da formulação e tamanho do modelo ao *software* utilizado. Apesar de se buscar apenas 9 variáveis (ângulo, material e espessura para cada uma das três camadas), o número de equações chegou a 130, por conta do grande número de variáveis exógenas do modelo da teoria clássica dos laminados, mostrado na Seção 3.3, portanto é possível que para a formulação proposta, a dimensão do problema não se adeque ao *software* utilizado.

Para contornar o problema do número de variáveis, a segunda abordagem dividiu o problema em dois níveis como já havia sido realizado por Lai e Kam [17], Chang e Kam [19] e António *et al.* [22]. No primeiro nível (Equação 4.4) se buscou o ângulo das fibras que minimiza as deformações no plano médio laminado, calculadas pela teoria clássica (Equação 3.19), enquanto a busca pelos materiais e espessuras, que minimizam o peso e o custo, foi realizada no segundo nível (Equação 4.5), e assim como na primeira abordagem, foi adotada a restrição de resistência baseada no critério de máxima deformação.

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar: } & S_1 = \sum_i \epsilon_i \\
\text{Sujeito a: } & 0^\circ \leq \theta_k \leq 90^\circ
\end{aligned} \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar: } & S_2 = \alpha w + (1 - \alpha)c \\
\text{Sujeito a: } & -\epsilon_{1c} \leq \epsilon_{1_} \leq \epsilon_{1t} \\
& -\epsilon_{2c} \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_{2t} \\
& |\gamma_{12}| \leq S_{12} \\
& \text{Material} \in M = \{\text{Vidro}, \text{AS4}\}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Esta estratégia se mostrou satisfatória para casos onde as forças tem origem extrínseca ao material, ou seja, dutos e vasos de pressão submetidos a pressões hidrostáticas. Por outro lado, só foram encontradas soluções nos extremos da ponderação, ou seja, minimizando totalmente o custo ou totalmente o peso.

Na tentativa de encontrar as outras soluções pertencentes ao conjunto de Pareto, que a priori se imaginava serem formadas por configurações híbridas (carbono e vidro), se estabeleceu uma restrição de proporção entre os materiais, ou seja, foram definidas camadas reforçadas com fibras de vidro, camadas reforçadas com fibras de carbono e diferentes proporções em espessura entre elas.

Os resultados encontrados (Figura 4.5) mostraram que as configurações híbridas compõe um conjunto de soluções dominadas. Todas as soluções híbridas apresentaram um custo maior do que uma solução composta exclusivamente de fibras de carbono.

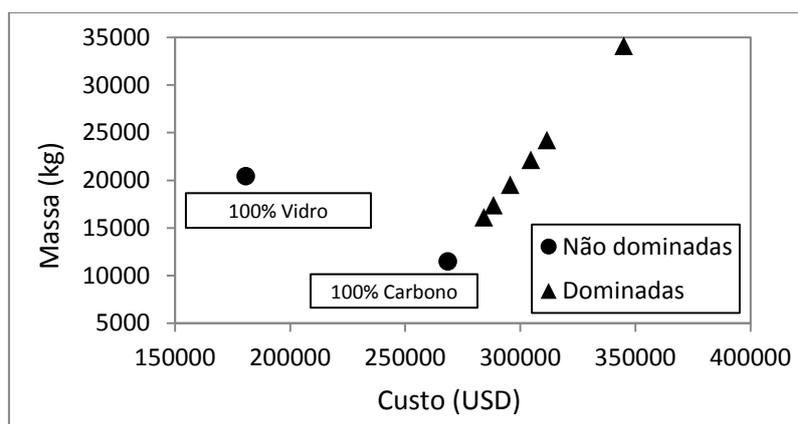


Figura 4.5 Soluções encontradas para os dutos híbridos.

Analisando o comportamento em tração dos materiais (Figura 4.6) é possível verificar a razão pela qual as configurações híbridas formam um conjunto de soluções dominadas.

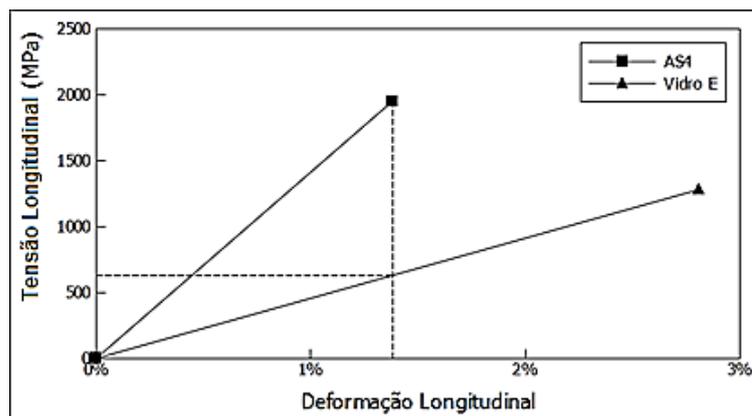
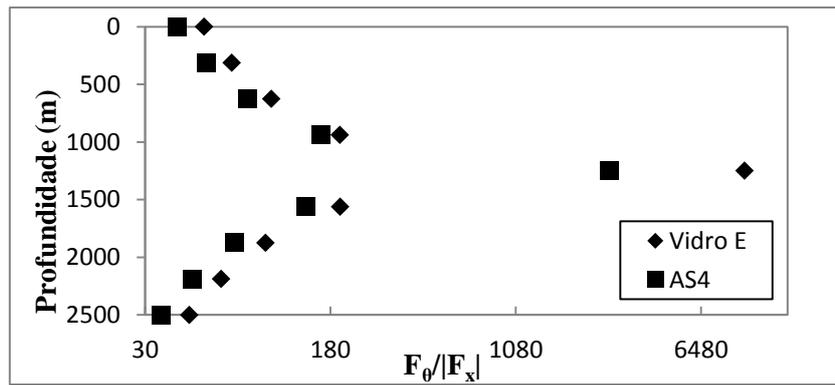


Figura 4.6 Gráfico tensão-deformação dos materiais utilizados.

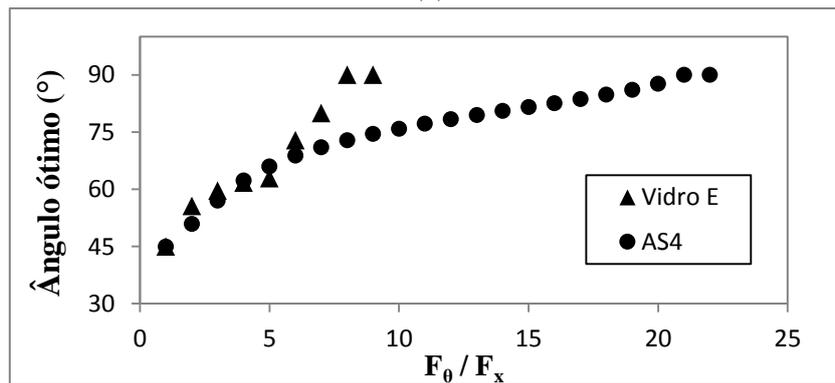
Partindo de uma configuração composta inteiramente por fibras de vidro, ao se atribuir a uma pequena fração da espessura uma camada de fibra de carbono, considerando a falha da primeira camada, o compósito passa a estar restrito à deformação longitudinal máxima desta camada, significativamente inferior em relação à fibra de vidro. Então, para que o laminado suporte o carregamento, a espessura deverá ser maior. E como as espessuras estão definidas proporcionalmente, ambas deverão crescer até que as deformações estejam compatíveis com os limites de falha da camada de fibra de carbono, resultando em soluções dominadas, ou seja, não pertencentes à frente de Pareto.

A terceira e última estratégia utilizada, adotada como a principal, contou com algumas diferenças em relação às anteriores, tanto na sua formulação quanto nas simplificações. A primeira diferença foi a definição do esforço axial, antes definido como um parâmetro de entrada, como variável exógena. Por conta da característica intrínseca do carregamento, ou seja, a dependência mútua entre esforço, material e espessura, optou-se por sua inclusão no sistema de equações do modelo, por meio do método da superposição (Seção 3.4).

Analisando a magnitude e razão entre os carregamentos envolvidos (circunferencial e axial), percebeu-se que o ângulo ótimo de enrolamento das fibras, que minimiza o índice de falha de máxima deformação atinge o valor de  $90^\circ$ , em relação ao eixo do tubo, para razões de carregamento (entre circunferencial e axial) inferiores àquelas encontradas na idealização do duto (Figura 4.7). As camadas enroladas a  $90^\circ$  também podem ser chamadas de camadas circunferenciais.



(a)



(b)

Figura 4.7 (a) Razão de carregamento ao longo da profundidade e (b) ângulo ótimo de enrolamento para diferentes razões de carregamento.

Portanto, o ângulo de enrolamento deixou de ser considerado como uma variável e a este se atribuiu o valor de  $90^\circ$ .

Uma vez definidos a ausência de configurações híbridas e o ângulo de enrolamento das fibras, a elaboração da frente de Pareto, ou a busca por configurações intermediárias entre dutos produzidos inteiramente por fibras de vidro ou inteiramente por fibras de carbono contou com uma abordagem baseada na variação dos esforços ao longo da profundidade (Figura 4.3).

Como a variação dos esforços advindos da pressão diferencial e do peso aparente variam linearmente ao longo da extensão do tubo, as tensões em sua parede também apresentam variação linear ao longo da profundidade. Sendo assim para cada ponto do duto existe uma espessura mínima que suporta os carregamentos impostos.

À vista disso, a formulação proposta neste estudo contou com a minimização da espessura  $t$  de cada seção para o conjunto das diferentes configurações possíveis, resultado do produto cartesiano entre o número de divisões ao longo da profundidade e o número de materiais (fibras de vidro ‘E’ e fibras de carbono AS4) resultando em

$n = \text{Materiais}^{\text{Seções}}$  configurações, como exemplificado na Equação 4.6 para um duto com duas seções.

$$\text{Seções} = \{\text{Seção 1}, \text{Seção 2}\}$$

$$\text{Materiais} = \{V, C\}$$

$$\text{Seções} \times \text{Materiais} = \{(V, V), (V, C), (C, V), (C, C)\} \quad (4.6)$$

Foram geradas configurações para quatro diferentes situações, derivadas da progressão geométrica com razão igual a dois:

- i. Uma seção (2 configurações).
- ii. Duas seções (4 configurações)
- iii. Quatro Seções (16 configurações)
- iv. Oito Seções (256 configurações)

O problema não linear inteiro misto se tornou, portanto, um conjunto de problemas não lineares uma vez que o material foi definido para cada seção, individualmente em cada configuração. E para a solução foi utilizado o método determinístico local dos gradientes reduzidos generalizados, por meio do *solver* CONOPT [39].

A restrição de resistência, sob a forma do critério de máxima deformação (Equação 3.21), foi imposta simultaneamente às duas extremidades de cada seção, pois a variação dos esforços é linear ao longo da profundidade (Equação 4.1) e os níveis máximos de tensão ocorrem em uma delas, garantindo dessa maneira a integridade de cada seção.

Portanto a frente de Pareto foi gerada pela busca exaustiva das possíveis combinações de materiais nas diferentes seções do *riser*. A formulação dos problemas NLP está mostrada na Equação 4.7.

$$\begin{aligned} \text{Minimizar: } S &= \sum_{\text{seções}} t_{\text{seção}} \\ \text{Sujeito a: } -\epsilon_{1c} &\leq \epsilon_{1_} \leq \epsilon_{1t} \\ &-\epsilon_{2c} \leq \epsilon_2 \leq \epsilon_{2t} \\ &|\gamma_{12}| \leq S_{12} \end{aligned} \quad (4.7)$$

## 5. Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados para cada número de divisões do tubo na forma da frente de Pareto, mostrando cada resultado no espaço dos objetivos (custo e massa) em termos absolutos e percentuais de cada configuração em relação ao custo e massa máxima para cada situação.

Foram considerados como valores de referência para cada número de seções os tubos constituídos exclusivamente por fibras de vidro, para massa máxima, e integralmente de fibra de carbono, para o custo máximo.

As configurações foram agrupadas em *clusters* contendo as soluções com mesmo número de seções com o mesmo material já que estas apresentaram valores de custo e massa muito próximos, dificultando a diferenciação das mesmas no espaço dos objetivos. Portanto a frente de Pareto foi representada pelos valores médios dos objetivos de cada *cluster* e os valores individuais de cada configuração, em termos percentuais, estão mostrados nos desenhos esquemáticos, que representam a distribuição dos materiais ao longo da profundidade, como mostrado na Figura 5.1.

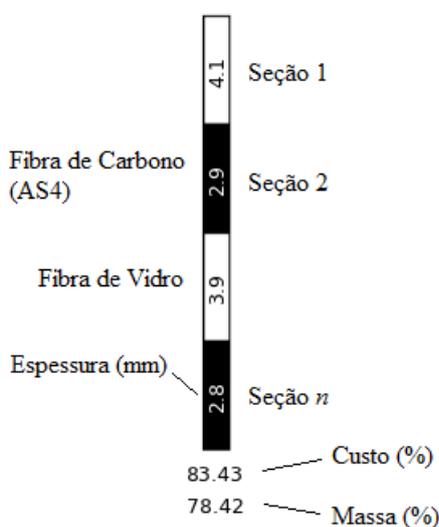


Figura 5.1 Desenho esquemático de uma configuração contendo duas seções de fibras de vidro e duas seções de fibras de carbono.

Por fim mostra-se a ocorrência de soluções dominadas geradas pela metodologia apresentada bem como a diferença entre o padrão formado por estas soluções e aquele apresentado pelas soluções não dominadas, em relação ao material de cada seção.

## 5.1. Efeito da divisão em seções

Primeiramente é possível justificar a abordagem da divisão do *riser* em seções ao longo da profundidade pela redução simultânea de custo e massa das configurações com maior número de divisões, ou seja, pelo deslocamento da frente de Pareto em direção a uma solução utópica, mostrado ilustrativamente na Figura 5.2. Isso se deve ao fato, discutido no capítulo anterior, de que o duto está submetido a diferentes níveis de tensão ao longo da profundidade, evitando, portanto, seu superdimensionamento.

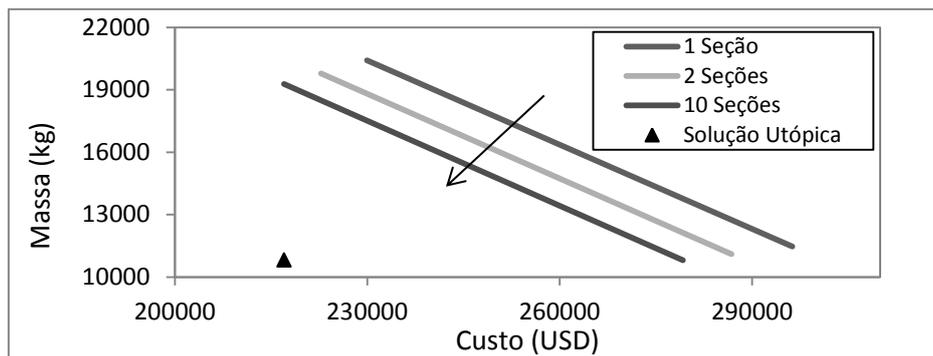


Figura 5.2 Deslocamento do conjunto de Pareto em função do número de seções.

Na Figura 5.3 estão mostrados o custo e a massa, em termos percentuais em relação ao *riser* com apenas uma seção, de dutos contendo diferentes números de seções para configurações constituídas integralmente por fibras de vidro (Figura 5.3a) e por fibras de carbono (Figura 5.3b), bem como a variação percentual da massa em virtude do aumento do número de seções.

Apenas a massa foi considerada para representar variação percentual em relação ao número de seções por apresentar o mesmo comportamento da variação do custo, como pode ser observado no gráfico (Figura 5.3), já que ambas as variações partem da mesma origem, que é a redução da espessura em pontos menos solicitados mecanicamente.

Neste estudo, como já mencionado, foram considerados dutos com uma, duas, quatro e oito seções. O número máximo de seções (oito) foi estipulado em virtude da pequena variação dos termos subsequentes (inferiores a 1%) e o aumento do esforço computacional necessário. A Figura 5.4 sugere a relação exponencial entre o tempo de execução do modelo e o número de seções do tubo, com coeficiente de determinação de 99,78%. Extrapolando o tempo de execução para o próximo valor da progressão (16 seções), este saltaria de 36s para 6927s (1h 55min 27s).

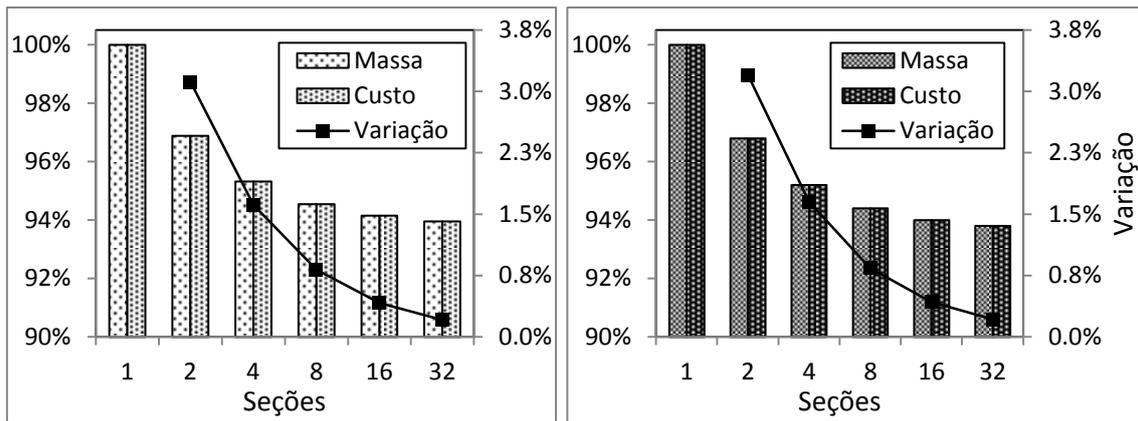


Figura 5.3 Variação da massa e do custo dos dutos de (a) fibras de vidro e (b) fibras de carbono com diferentes números de seções.

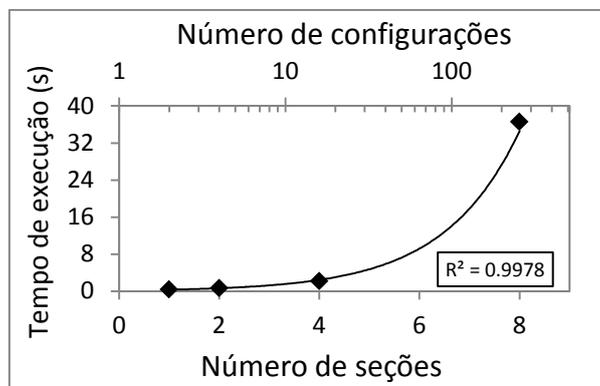


Figura 5.4 Tempo de execução para diferentes números de seções.

## 5.2. Riser com uma seção

Para a configuração do *riser* contendo uma seção, são possíveis apenas duas configurações: a primeira inteiramente formada por uma camada reforçada com fibras de Vidro ‘E’ e a segunda constituída apenas por uma camada reforçada com fibras de carbono (AS4), como mostrado na Figura 5.5.

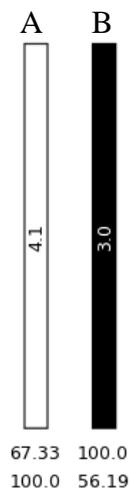


Figura 5.5 Configurações contendo apenas uma seção.

A Figura 5.6 mostra as configurações no espaço dos objetivos (custo e massa) e os valores absolutos e percentuais de cada solução, bem como a proporção entre seções reforçadas por fibras de vidro e fibra de carbono (V:C) estão mostrados na Tabela 5.1.

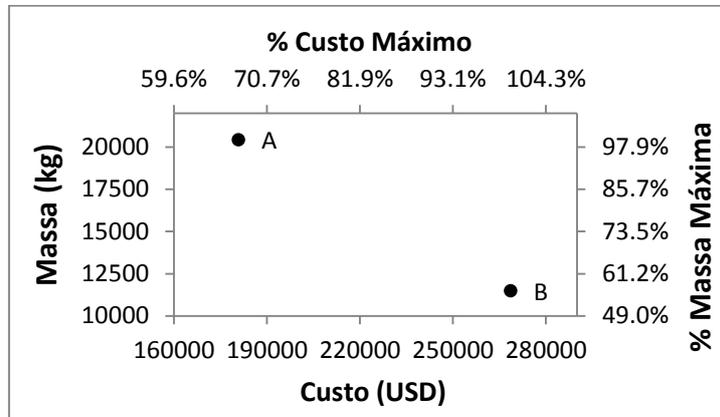


Figura 5.6 Soluções com uma seção no espaço dos objetivos.

Como estas soluções não apresentam variação de material ao longo da profundidade ainda não é possível observar o padrão formado entre seções com diferentes materiais em relação à posição no espaço dos objetivos.

Tabela 5.1 Resultados das configurações contendo apenas uma seção.

Cluster	Custo (USD)	Massa (kg)	V:C	% Custo	% Massa
A	180848.8	20421.05	1:0	67.33%	100.0%
B	268583.5	11474.99	0:1	100.0%	56.2%

### 5.3. Riser com duas seções

Com a divisão do *riser* em duas seções já é possível obter soluções intermediárias, ou seja, com diferentes materiais ao longo da espessura como mostrado na Figura 5.7.

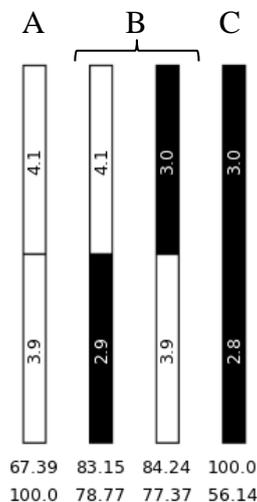


Figura 5.7 Configurações contendo duas seções.

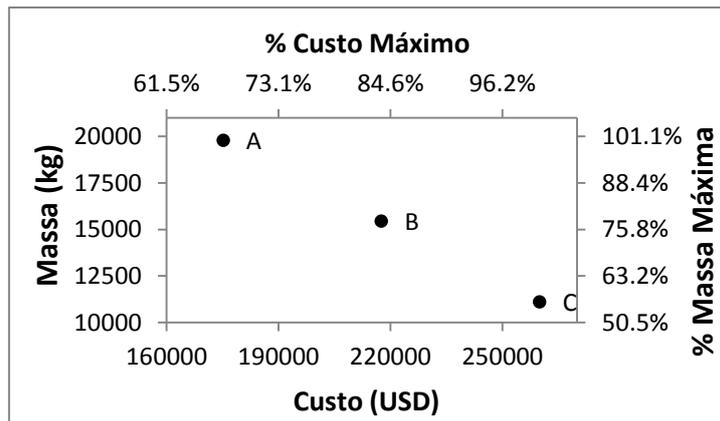


Figura 5.8 Soluções com duas seções no espaço dos objetivos.

Pode ser observado na Figura 5.8 e na Tabela 5.2 que as soluções com proporção  $V:C = 1:1$  (cluster B) ocupam uma posição intermediária no espaço dos objetivos.

A Figura 5.7 aponta que a configuração contendo fibras de carbono na seção 2, de maior profundidade, representa uma solução mais barata e mais pesada do que aquela contendo a seção com fibras de carbono na seção 1, ou seja, dentro do cluster B, ela se encontra em uma posição mais próxima à configuração A. Isso se deve ao fato de que apesar das pressões hidrostáticas serem superiores em maiores profundidades a pressão diferencial diminui como mostrado na Figura 4.3, portanto apresentam menores níveis de tensões resultando em uma parede de menor espessura, levando a uma configuração de menor custo. Por outro lado, a seção de fibras de vidro em profundidades inferiores, onde os níveis de tensão são maiores, representam um aumento da massa do riser em virtude da maior espessura da parede.

Tabela 5.2 Resultados das configurações contendo duas seções.

<i>Cluster</i>	<i>Custo (USD)</i>	<i>Massa (kg)</i>	<i>V:C</i>	<i>% Custo</i>	<i>% Massa</i>
A	175211.1	19784.45	2:0	67.39%	100.00%
B	217606.7	15446.17	1:1	83.70%	78.07%
C	259990.3	11107.85	0:2	100.00%	56.14%

## 5.4. Riser com quatro seções

A divisão do riser em quatro seções apresenta de forma mais explícita a distribuição dos materiais ao longo da extensão do riser, de acordo com o comportamento apresentado anteriormente, para o riser com duas seções. Nas Figuras 5.9 e 5.10 estão representadas a distribuição dos materiais em função da profundidade e a posição dos clusters no espaço dos objetivos para as configurações contendo quatro seções.

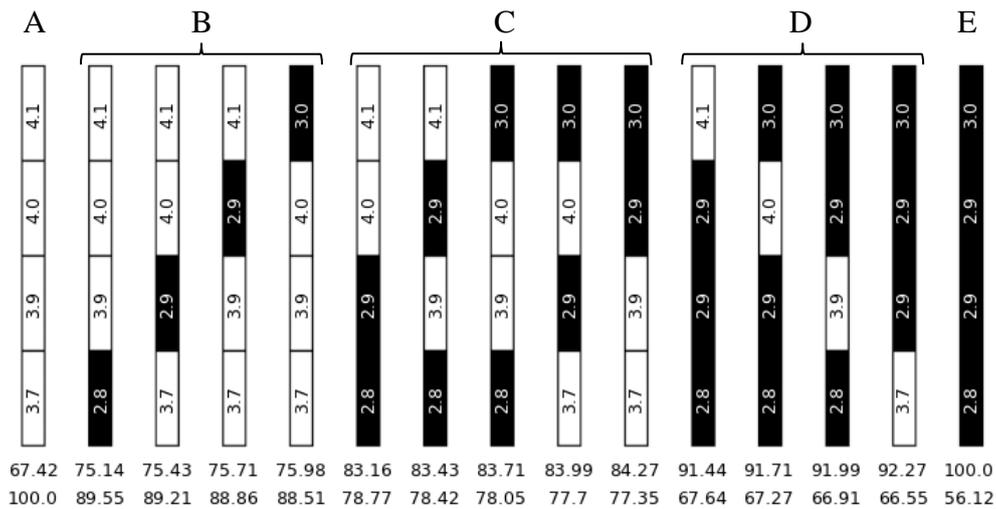


Figura 5.9 Configurações contendo quatro seções.

É possível observar a mesma tendência de distribuição encontrada nas configurações com duas seções. Para cada cluster, configurações mais baratas (mais próximas a A) apresentam seções de fibras de carbono para maiores profundidades.

Adicionalmente é possível observar também o padrão referente às configurações com mais de uma seção de fibras de carbono (C e D). Como dito anteriormente, elas aparecem em maiores profundidades para configurações mais baratas e na medida em que se avança para configurações mais leves, elas se colocam em posições mais próximas ao topo. Porém este avanço se dá, em cada cluster, ao passo de uma seção por vez até que todas as seções de fibra de carbono estejam localizadas na parte superior do *riser*.

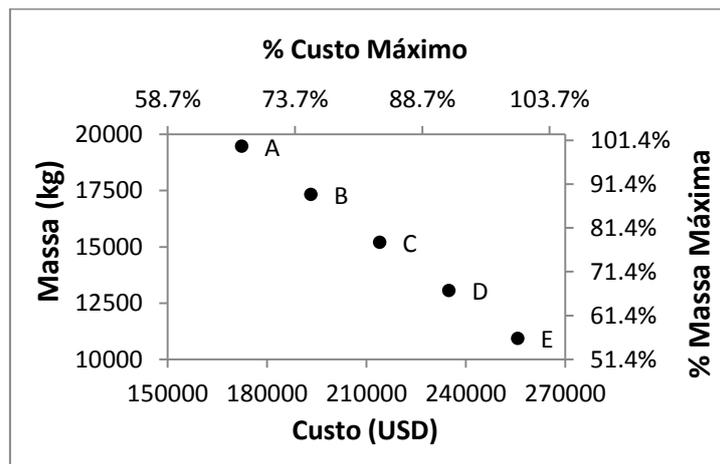


Figura 5.10 Soluções com quatro seções no espaço dos objetivos.

Os valores médios de cada cluster se encontram na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 Resultado das configurações contendo quatro seções.

<i>Cluster</i>	<i>Custo (USD)</i>	<i>Massa (kg)</i>	<i>V:C</i>	<i>% Custo</i>	<i>% Massa</i>
<b>A</b>	172387.100	19465.570	4:0	67.42%	100.00%
<b>B</b>	193217.625	17330.213	3:1	75.57%	89.03%
<b>C</b>	214043.200	15194.664	2:2	83.71%	78.06%
<b>D</b>	234871.925	13059.560	1:3	91.86%	67.09%
<b>E</b>	255696.200	10924.390	0:4	100.00%	56.12%

## 5.5. *Riser com oito seções*

Por fim, as Figuras 5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15, 5.16 e 5.17 mostram as configurações das soluções encontradas para o riser com oito seções.

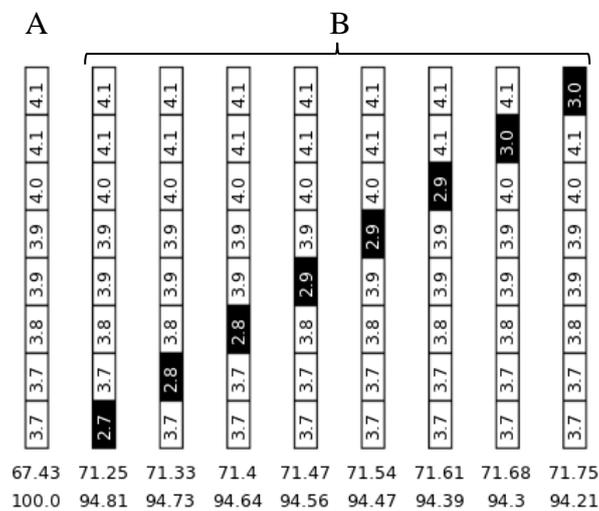


Figura 5.11 Clusters A e B das configurações contendo oito seções.

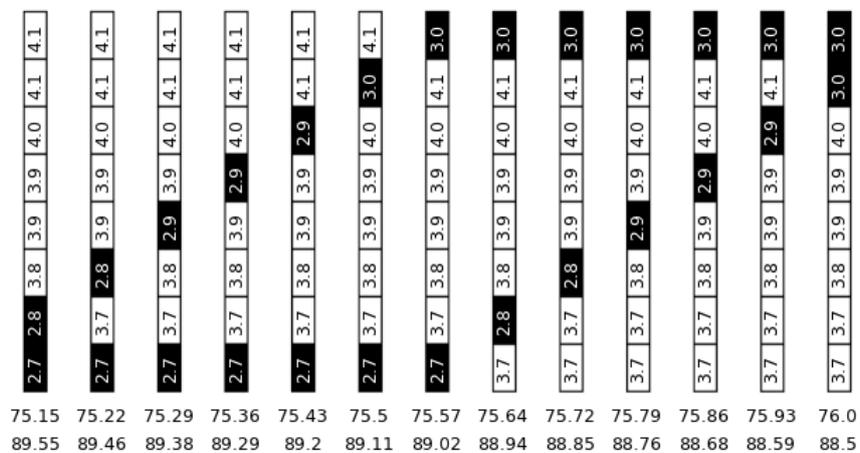


Figura 5.12 Cluster C das configurações contendo oito seções.

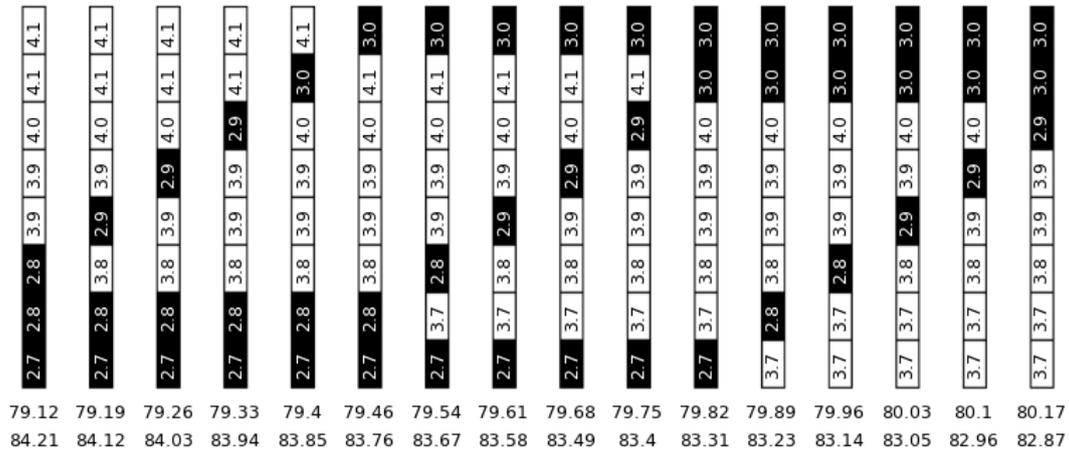


Figura 5.13 Cluster D das configurações contendo oito seções.

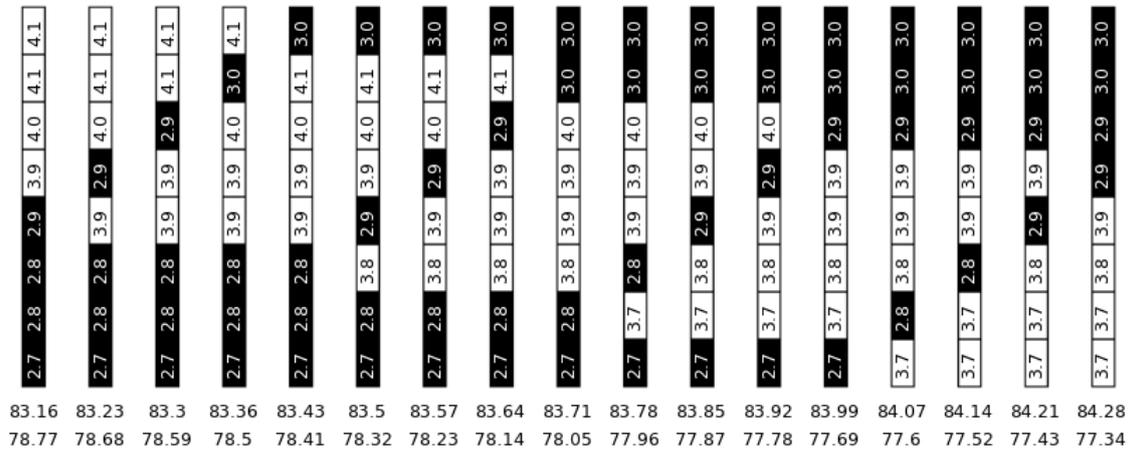


Figura 5.14 Cluster E das configurações contendo oito seções.

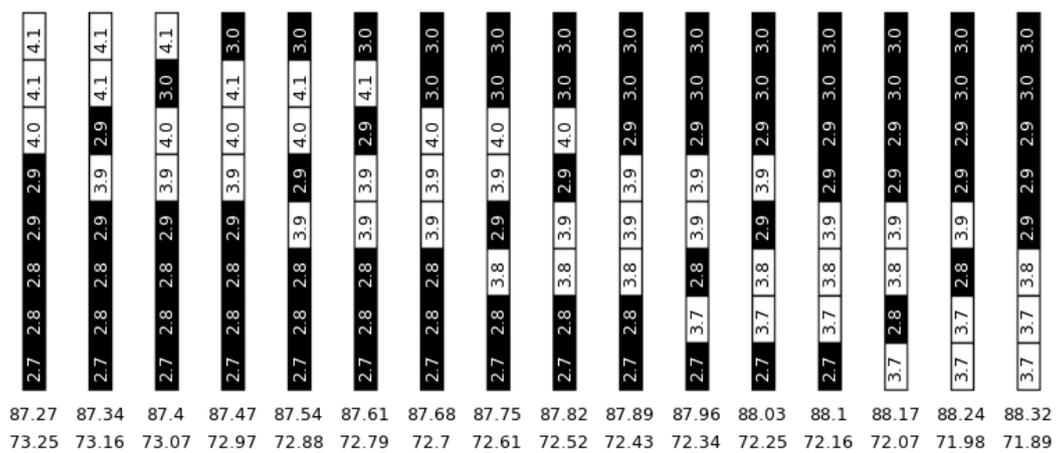


Figura 5.15 Cluster F das configurações contendo oito seções.

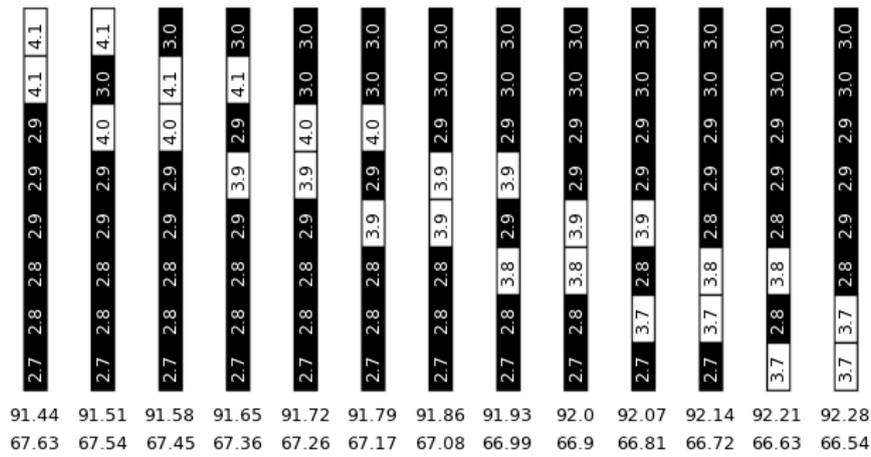


Figura 5.16 Cluster G das configurações contendo oito seções.

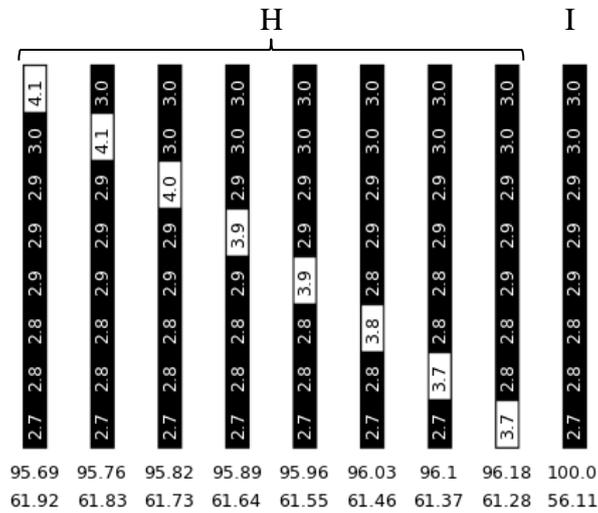


Figura 5.17 Clusters H e I das configurações contendo oito seções.

O padrão formado pelas soluções contendo oito seções segue aquele descrito anteriormente para os *risers* com quatro seções, ou seja, soluções mais próximas ao cluster A possuem maior quantidade de seções com fibras de carbono próximas ao fundo e à medida que se avança em direção ao cluster I, as seções com fibras de carbono se posicionam em profundidades menores, mais próximas ao topo. E da mesma maneira este avanço se dá uma seção por vez.

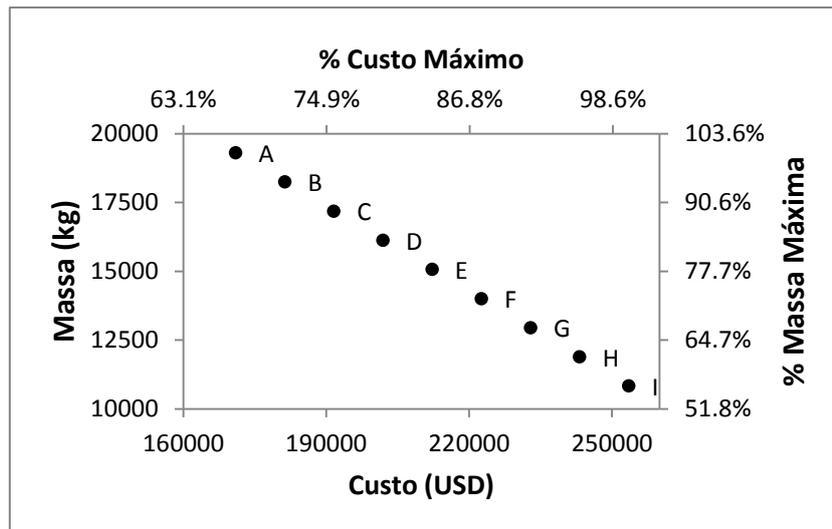


Figura 5.18 Soluções com oito seções no espaço dos objetivos.

Tabela 5.4 Resultado das configurações contendo oito seções.

<i>Cluster</i>	<i>Custo (USD)</i>	<i>Massa (kg)</i>	<i>V:C</i>	<i>% Custo</i>	<i>% Massa</i>
A	170973.8	19305.99	8:0	67.43%	100.00%
B	181297.4	18246.76	7:1	71.50%	94.51%
C	191615.9	17187.16	6:2	75.57%	89.03%
D	201937.0	16127.87	5:3	79.64%	83.54%
E	212259.7	15068.76	4:4	83.72%	78.05%
F	222583.1	14009.74	3:5	87.79%	72.57%
G	232906.6	12950.76	2:6	91.86%	67.08%
H	243229.4	11891.76	1:7	95.93%	61.60%
I	253550.0	10832.69	0:8	100.00%	56.11%

## 5.6. Soluções dominadas

Foi observado que a metodologia apresentada, no que tange a geração das soluções por meio de um produto cartesiano, ou seja, todas as configurações possíveis, gerou soluções dominadas para as configurações com mais de duas seções.

O padrão das soluções dominadas, mostrado nas Figuras 5.20 e 5.21, permite afirmar que configurações em que não seguem o comportamento descrito anteriormente, da troca de posição ao passo de uma seção por vez, não fazem parte do conjunto de Pareto, por se tratarem de soluções dominadas por aquelas que efetivamente apresentam o aumento do custo com a redução da massa à medida que se avança do primeiro ao último cluster.

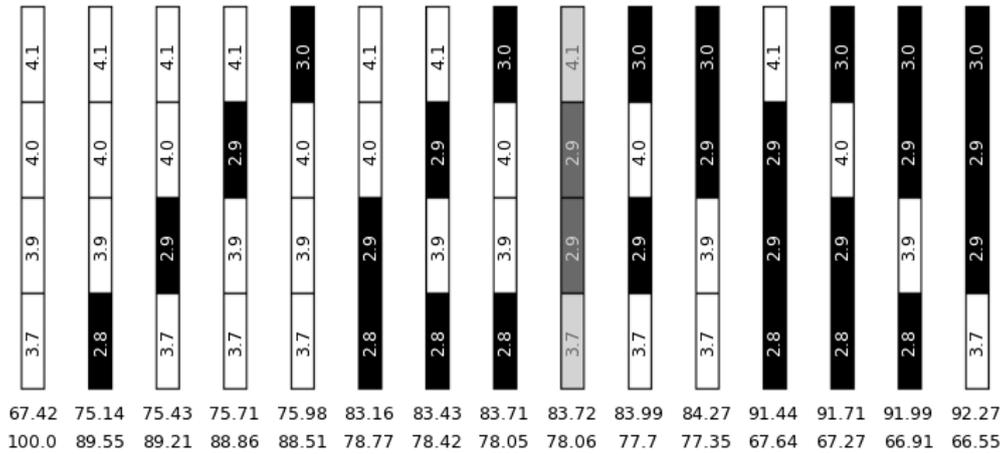


Figura 5.19 Solução dominada (em cinza) para as configurações com quatro seções.

A Figura 5.20 mostra a solução dominada para as configurações com quatro seções no espaço dos objetivos.

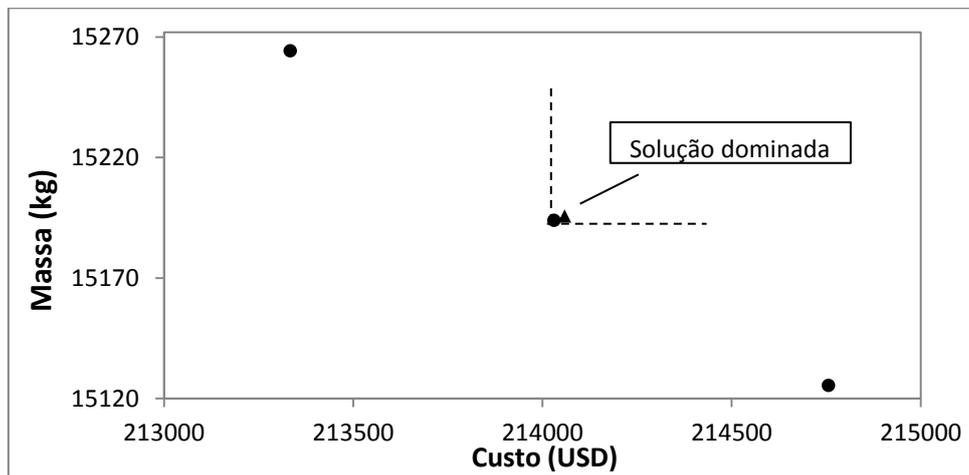


Figura 5.20 Solução dominada das configurações com quatro seções no espaço dos objetivos.

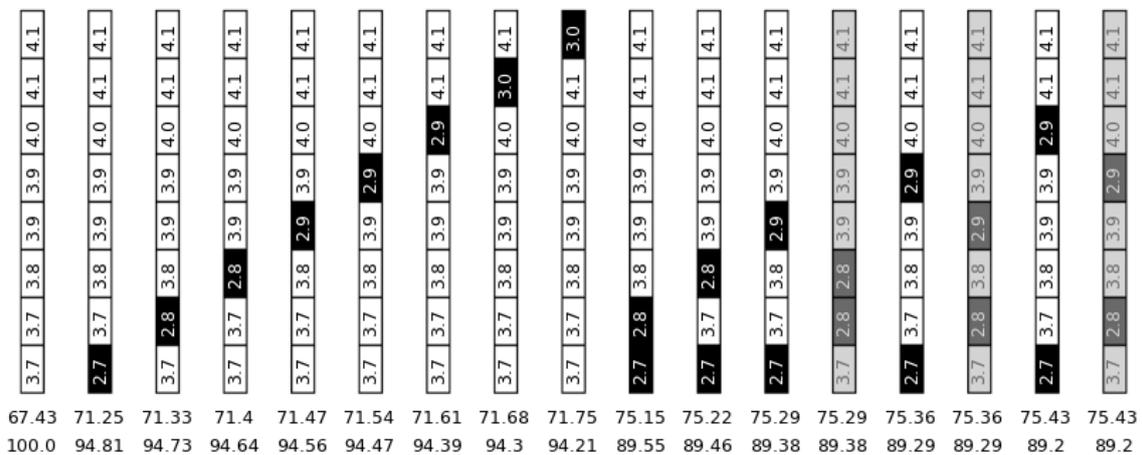


Figura 5.21 Soluções dominadas (em cinza) para configurações com oito seções dos clusters A, B e parte do C.

As configurações com mais de duas seções, por permitirem seções fora dos extremos do tubo apresentaram soluções dominadas. Na Figura 5.22 estão mostrados os percentuais de configurações dominadas geradas para os *risers* com quatro e oito seções.

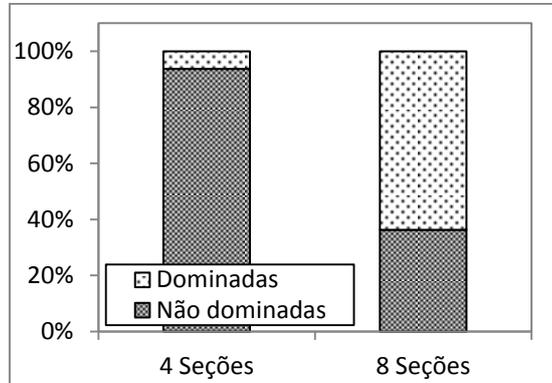


Figura 5.22 Percentual das soluções dominadas para os *risers* com quatro e oito seções.

A maior proporção entre seções interiores e o total de seções nas configurações de oito seções ( $2/4$  para quatro seções e  $6/8$  para oito seções) resulta em um maior número de combinações possíveis para as soluções dominadas. Para o duto com quatro seções foi encontrada apenas uma configuração dominada, correspondendo a cerca de 6% do total, enquanto para o duto com oito seções, 64% corresponderam a soluções dominadas. Os resultados apresentados anteriormente não incluem as soluções dominadas.

## 6. Conclusões

O uso da teoria clássica dos laminados, aliada ao método da superposição para estruturas hiperestáticas se mostrou eficiente na modelagem do comportamento mecânico de dutos compósitos. Por se tratar de uma metodologia analítica, esta pode ser uma solução mais adequada, em situações que não apresentam complexidade geométrica, do que os métodos numéricos, como o método dos elementos finitos, comumente utilizados na modelagem de estruturas compósitas.

O uso do solver determinístico global BARON não apresentou bom desempenho na otimização de dutos compósitos em formulações com apenas um nível. Por outro lado, a divisão do problema em dois níveis, maximização do desempenho (busca pelo ângulo ótimo) e posterior minimização do peso, apresentou bons resultados em situações que os carregamentos aplicados têm origem externa como pressões hidrostáticas. Porém, em problemas como o estudado nesta dissertação, que apresentam carregamentos intrínsecos às variáveis como o peso próprio e o empuxo, a formulação pode incluir o sistema de forças às equações do modelo, o que dificulta a separação em dois níveis.

No entanto o estudo pontual das características do modelo como os carregamentos impostos e as restrições de resistência, pode resultar na eliminação de algumas variáveis, facilitando a obtenção das soluções ótimas pela redução do espaço de busca.

A restrição de resistência pelo critério de máxima deformação, correspondente a uma restrição de falha da primeira camada não permitiu a presença de configurações híbridas no conjunto de Pareto, já que para satisfazer a restrição simultaneamente em materiais com diferentes deformações de falha, seria necessário o aumento de espessura, resultando em um ganho de massa e custo.

O estudo do ângulo ótimo das fibras em função da razão entre os carregamentos impostos em diferentes direções se mostrou importante para a eliminação do ângulo como variável já que as razões encontradas no modelo aqui estudado são superiores às mínimas necessárias para o ângulo ótimo de  $90^\circ$ . Portanto, esta simplificação resultou na diminuição do caráter não convexo, ligado à transformação do sistema de coordenadas.

A divisão do tubo ao longo da profundidade apresentou uma redução simultânea de custo e massa, se mostrando uma proposta eficiente para se evitar, ou reduzir, o superdimensionamento da estrutura. Adicionalmente, esta estratégia permitiu encontrar

soluções intermediárias entre dutos de fibras de vidro e dutos de fibras de carbono, o que não foi possível pela adição de diferentes camadas em dutos com apenas uma seção.

Por fim, a metodologia apresentada, por seu caráter combinatório, gerou, além das soluções pertencentes ao conjunto de Pareto, uma série de soluções dominadas, o que pode representar um esforço computacional desnecessário, uma vez que estas soluções não interessam ao estudo.

## 7. Sugestões Para Trabalhos Futuros

Em trabalhos futuros, visando à modelagem de materiais compósitos, alguns pontos podem ser estudados com maior detalhamento como:

- i. Influência das razões de carregamento no ângulo ótimo das laminas para diversos critérios de falha.
- ii. Busca por configurações híbridas utilizando análises de falha progressiva como a degradação da rigidez e o desconto camada por camada.
- iii. Estudo da resposta a esforços dinâmicos.

No que tange à modelagem de *risers* compósitos, trabalhos futuros poderiam se ater a pontos como:

- i. Variação da densidade da água com o aumento da profundidade.
- ii. Inclusão das tensões termomecânicas, para temperaturas variando ao longo da profundidade.
- iii. Estudo da presença de *liners* metálicos nos dutos compósitos
- iv. Inclusão da tensão no topo do *riser*

# Bibliografia

- [1] GIBSON, R. F. *Principles of Composite Material Mechanics*. McGraw-Hill, 1994. 504 p. ISBN 0070234523.
- [2] CHAWLA, K. K. *Composite Materials: Science and Engineering*. Springer, 1987. 292 p.
- [3] SOBRINHO, L. L. Desenvolvimento de Tubos Compósitos Visando Aplicação como Risers. Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro, RJ, Brasil. 2009.
- [4] PELSOCI, T. M. *Composites Manufacturing Technologies: Applications in Automotive, Petroleum, and Civil Infrastructure Industries*. NIST. 2004.
- [5] COMPOSITES WORLD. Carbon fiber use in offshore oil and gas applications, 2009. Disponível em: <<http://www.compositesworld.com/news/carbon-fiber-use-in-offshore-oil-and-gas-applications>>. Acesso em: 10 Fevereiro 2013.
- [6] TARNOPOL'SKII, Y. M.; KULAKOV, V. L.; MUNGALOV, D. D. Composites in offshore technology in the next century. *Mechanics of Composite Materials*, 35, n. 5, 1999. 365-372.
- [7] ODRU, P. et al. Technical and Economical Evaluation of Composite Riser Systems. *Proceedings of Offshore Technology Conference*. Houston, USA. 2002. p. 1-10.
- [8] GIBSON, A. G. The cost effective use of fibre reinforced composites offshore. University of Newcastle Upon Tyne. Newcastle, UK. 2003.
- [9] KOLLÁR, L. P.; SPRINGER, G. S. *Mechanics of Composite Structures*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. ISBN 9780511547140.
- [10] SHENOI, R. A.; WELLICOME, J. F. *Composite Materials in Maritime Structures*. Cambridge: Cambridge University Press, v. 1, 1993. ISBN 9780511751837.
- [11] JR., R. C. R. Concise Property Transformation Relations for an Anisotropic Lamina. *Journal of Composite Materials*, 1971. 270-272.
- [12] REDDY, J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, Second Edition. CRC Press, 2003. 856 p. ISBN 9780849315923.
- [13] TSAI, S. W.; WU, E. M. A General Theory of Strength for Anisotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, 5, n. 1, 1971. 58-80.

- [14] DANIEL, I. M.; ISHAI, O. *Engineering Mechanics of Composite Materials*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1994.
- [15] BEER, J.; DEWOLF, E. *Resistência dos Materiais*. 4ª. ed. São Paulo, Brasil: McGraw Hill, 2006.
- [16] HOLDER, A. (Ed.). *Mathematical Programming Glossary*. <http://glossary.computing.society.informs.org>: INFORMS Computing Society, 2006--08. Originally authored by Harvey J. Greenberg, 1999-2006.
- [17] LAI, M. D.; KAM, T. Y. Multilevel optimal design of laminated composite plate structures. *Mechanical Engineering*, 31, n. 2, 1989. 197-202.
- [18] KIRSCH, U. *Optimum Structural Design*. McGraw-Hill, 1981. 440 p. ISBN 0070348448.
- [19] CHANG, R. R.; KAM, T. Y. Optimal design of laminated composite plates with dynamic and static considerations. *Computers & Structures*, 32, n. 2, 1989. 387-393.
- [20] HAJELA, P. Optimal design of laminated composites using a modified mixed integer and discrete programming algorithm. *Computers & Structures*, 32, n. 1, 1989. 213-221.
- [21] KAM, T. Y. Optimal design of laminated composite plates using a global optimization technique. *Composite Structures*, 25, n. 4, 1991. 271-370.
- [22] ANTÔNIO, C. A. C.; MARQUES, A. T.; SOEIRO, A. V. Optimization of laminated composite structures using a bilevel strategy. *Composite Structures*, 33, 1995. 193-200.
- [23] NAGENDRA, S. et al. Improved genetic algorithm for the design of stiffened composite panels. *Computers & Structures*, 58, n. 3, 1996. 543-555.
- [24] PARK, J. H. et al. Stacking sequence design of composite laminates for maximum strength using genetic algorithms. *Composite Structures*, 52, n. 2, 2001. 217-231.
- [25] SOREMEKUN, G. et al. Composite laminate design optimization by genetic algorithm with generalized elitist selection. *Computers & Structures*, 79, n. 2, 2001. 131-143.
- [26] MESSENGER, T. et al. Optimal laminations of thin underwater composite cylindrical vessels. *Composite Structures*, 58, 2002. 529-537.

- [27] PAI, N.; KAW, A.; WENG, M. Optimization of laminate stacking sequence for failure load maximization using Tabu search. *Composites Part B: Engineering*, 34, 2003. 405-413.
- [28] PELLETIER, J.; VEL, S. Multi-objective optimization of fiber reinforced composite laminates for strength, stiffness and minimal mass. *Computers & Structures*, 84, n. 29-30, 2006. 2065-2080.
- [29] KATHIRAVAN, R.; GANGULI, R. Strength design of composite beam using gradient and particle swarm optimization. *Composite Structures*, 81, n. 4, 2007. 471-479.
- [30] AYMERICH, F.; SERRA, M. Optimization of laminate stacking sequence for maximum buckling load using the ant colony optimization (ACO) metaheuristic. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39, n. 2, 2008. 262-272.
- [31] GHIASI, H.; PASINI, D.; LESSARD, L. Optimum stacking sequence design of composite materials Part I: Constant stiffness design. *Composite Structures*, 90, n. 1, 2009. 1-11.
- [32] ALMEIDA, F. S.; AWRUCH, A. M. Design optimization of composite laminated structures using genetic algorithms and finite element analysis. *Composite Structures*, 88, n. 3, 2009. 443-454.
- [33] BLOOMFIELD, M. W.; HERENCIA, J. E.; WEAVER, P. M. Analysis and benchmarking of meta-heuristic techniques for lay-up optimization. *Computers & Structures*, 88, n. 5-6, 2010. 272-282.
- [34] CIDADE, R. A. et al. Comparação de métodos de otimização para materiais compósitos laminados sob torção. *Anais do 7º Encontro Técnico de Materiais e Química*. Rio de Janeiro, Brasil. 2012.
- [35] API 17G, RP. Recommended Practice for Completion/Workover Risers. American Petroleum Institute. 2006.
- [36] SODEN, P. D.; HINTON, M. J.; KADDOUR, A. S. Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fibre-reinforced composite laminates. *Composites Science and Technology*, 58, n. 7, 1998. 1011-1022.
- [37] ARTICLES. Dr. Strong's Homepage. Disponível em: <<http://strong.groups.et.byu.net/pages/articles/index.php>>. Acesso em: 10 Janeiro 2013.

- [38] SAHINIDIS, N. V.; TAWARMALANI, M. Global optimization of mixed-integer nonlinear programs: A theoretical and computational study. *Mathematical Programming*, 99 (3), 2004. 563-591.
- [39] DRUD, A. CONOPT: A GRG code for large sparse dynamic nonlinear optimization problems. *Mathematical Programming*, 31, 1985. 153-191.
- [40] RYOO, H. S.; SAHINIDIS, N. V. A branch-and-reduce approach to global optimization. *Journal of Global Optimization*, 1996. 107-138.